

## DYNAMISCHE BELASTUNG EINES REAKTORGEBÄUDES INFOLGE FLUGZEUGABSTURZ

### DYNAMIC LOADING OF A REACTOR BUILDING BY AIR - PLANE CRASH

L. LANGE, H. LAUE

*INTERATOM, Internationale Atomreaktorbau GmbH, D-506 Bensberg/Köln, Germany*

#### SUMMARY

Due to recent requirements of the licensing bodies an airplane crash has to be included into the design criteria for the reactor containment system. In order to achieve adequate dimensions for the reactor building the forces acting on it versus time (loading function) have to be known during such an incident.

A calculational model has been set up for analysing the impact process of a deformable flying object on a rigid plane surface of the reactor building. The angle of impact on the target area can be chosen arbitrarily.

For the description of the forces to the reactor building the aircraft is subdivided into a system of  $N$  coupled mass elements. The motion of the elements after the start of impact is characterized by their masses and the forces acting between them and is described by a system of ordinary differential equations which is solved numerically by a computer code. Besides translatory motions of the mass elements, also rotations are regarded in the case of non-normal impact.

The coupling of the mass elements is obtained by considering the elastic plastic deformation properties of the various sections of the aircraft i.e. it is a function of the relative displacement of the masses. After fracture has occurred the laws governing the coupling change. The forces between two masses are assumed now to be proportional to the square of the compression velocity and in addition are dependent on the product of the actual mean density and cross-section of the airplane.

If during the compression the theoretical density of the mixed materials in a section is reached, the coupling forces are determined by the hydrodynamic compressibility of the materials. The transformation of kinetic energy into deformation energy during the compression process of the aircraft is obtained as the result of the analysis. The rotations of the flying object with respect to the target area for the case of a non-normal impact are also presented. The loading function, important to reactor building design, is given for various initial momentums of the aircraft. The components of the reaction forces normal and parallel to the target area are outlined as a function of the angle of impact.

It is demonstrated that the design requirements for the reactor building due to aircraft impact can be significantly reduced by taking into account the deformation of the aircraft and the angle of impact. Assuming a nonrigid target would further decrease these requirements.

1. Einleitung

Im Rahmen der Sicherheit von Kernkraftwerken und den damit verbundenen Auflagen der Genehmigungsbehörden muß der Flugzeugabsturz u.a. als Auslegungskriterium von Reaktorcontainments betrachtet werden. Für die Gebäudebemessung ist somit die Kenntnis der Belastungsfunktion (Stoßkraft-Zeit-Diagramm) erforderlich.

Aus diesem Grunde wurde ein Rechenmodell entwickelt, welches den Stoßvorgang eines Flugobjektes mit einem als starr angenommenen Containment simuliert.

Als Ergebnis der theoretischen Analyse werden die Stauchungs- und Dissipationsvorgänge des Flugzeuges und die damit verbundene Umwandlung von kinetischer in Verformungs- bzw. Dissipationsenergie erhalten.

Die zeitabhängige Stoßkraft als wesentliche Einflußgröße bezüglich Dimensionierung des Reaktorgebäudes wird für verschiedene Anfangsimpulse des Flugkörpers dargestellt.

Im Falle eines schrägen Aufpralls sind die Drehbewegungen des Flugzeuges sowie der Einfluß des Absturzwinkels auf die Normal- und Schubkomponente der Kraft in die theoretischen Betrachtungen einbezogen.

2. Rechenmodell

Zur Beschreibung des Stoßvorganges wird das Flugzeug in N miteinander gekoppelte Massenelemente zerlegt. Dabei bauen wir auf der Lagrange'schen Behandlung eines Systems von Massenpunkten auf. Bei diesem Vorgehen ist die charakteristische Funktion die sogenannte Lagrange-Funktion oder auch freie Energie  $\mathcal{L}(\varphi_k, \dot{\varphi}_k) = E-U$  des Systems. Aus der freien Energie lassen sich mittels der Lagrange-Gleichung 2. Art

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\varphi_k, \dot{\varphi}_k)}{\partial \dot{\varphi}_k} - \frac{\partial \mathcal{L}(\varphi_k, \dot{\varphi}_k)}{\partial \varphi_k} = \frac{\partial}{\partial \varphi_k} K(\varphi_k, \dot{\varphi}_k) d\varphi_k \quad (1)$$

die Bewegungsgleichungen für die einzelnen Massenelemente gewinnen.

Da die Massen des Flugkörpers bei schrägem Aufprall sowohl translatorischen Bewegungen  $\dot{z}_j$  in Richtung der Flugzeugachse als auch Rotationsbewegungen  $\dot{\varphi}$  unterworfen sind (der senkrechte Absturz ist bei der Betrachtung als Spezialfall  $\varphi(t=0) = \pi/2$  enthalten), gehen die allgemeinen Orts- und Geschwindigkeitskoordinaten  $\varphi_k$  bzw.  $\dot{\varphi}_k$  in  $z_j, \dot{z}_j$  bzw.  $\varphi, \dot{\varphi}$  über. Einen zusätzlichen Freiheitsgrad erhält das System durch Abgleiten  $\dot{y}$  der Flugzeugspitze parallel zur Auftrefffläche.

Abb. 1 veranschaulicht die oben genannten Bewegungsvorgänge. Da die kinetische Energie des Flugzeuges nach dem Aufprall in nichtreversible Dissipationsenergie umgewandelt wird, sind die zwischen den Massenpunkten wirkenden Reaktionskräfte nicht konservativ, d.h., sie lassen sich nicht aus einem Potential  $U$  ableiten. (d.h.  $U = 0$ ) Somit folgt für die Lagrange-Gleichung

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{z}_j} \right) - \frac{\partial E}{\partial z_j} = \frac{\partial}{\partial z_j} \sum_{k=1}^N K_{z_j} dz_k \quad (3, 1 \dots N)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} K_y dy \quad (4)$$

Die Terme der rechten Seite entsprechen den an den einzelnen Massenpunkten wirkenden nichtkonservativen Kräfte  $-K_{j-1,j} + K_{j,j+1}$ .  $\frac{\partial}{\partial y} K_y dy$  ist identisch mit der Schubkraft  $K_{12} \cdot (\cos \varphi - \mu \sin \varphi)$  zwischen Flugzeugspitze und dem getroffenen Ziel.

Mit  $d\vec{s}_j = dy_j \vec{e}_y + y_j d\varphi \vec{e}_\varphi$  ; d.h.

$$ds_j^2 = dy_j^2 + (y_j d\varphi)^2 = dy^2 \sin^2 \varphi + dz_j^2 + (y_j d\varphi)^2 + 2y_j \sin \varphi d\varphi dy$$

(obige Beziehung läßt sich aus Abb. 1 ableiten)

ergibt sich die kinetische Energie des Systems zu

$$E = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{2} \dot{s}_j^2 = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{2} (\dot{z}_j^2 + y_j^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{y}^2 \sin^2 \varphi + 2y_j \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{y}) \quad (5)$$

Wendet man Beziehung (5) auf Gl. (2, 3, 4) an, ergeben sich die Bewegungsgleichungen für das Massenpunktsystem. Nach einigen Rechenoperationen erhält man

$$\ddot{z}_j = \frac{1}{m_j} (-K_{j-1,j} + K_{j,j+1}) + y_j \dot{\varphi}^2 + \dot{y} \dot{\varphi} \sin \varphi \quad (6, 1 \dots N)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{X_S} (\dot{y}^2 \cos \varphi - \dot{y} \dot{X}_S - \frac{1}{M \sin \varphi} (\dot{\varphi} \dot{\Theta} + \ddot{\varphi} \Theta)) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} = \frac{1}{\Theta_S - \Theta} \left[ K_{12} X_S (\operatorname{ctg} \varphi - \mu) - \frac{2 \Theta_S \dot{y} \dot{\varphi} \cos \varphi}{X_S} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \dot{\varphi} \dot{\Theta}_S - \Theta_S \dot{\varphi}^2 \operatorname{ctg} \varphi + \frac{\dot{y}}{2} \frac{\dot{\Theta}_S \sin \varphi}{X_S} + \dot{\varphi} \dot{\Theta} \right. \\ \left. - \frac{M \dot{y} \sin 2\varphi}{2} \right] \quad (8) \end{aligned}$$

Mit

$$\dot{X}_S = \sum_1^N \frac{m_j \dot{y}_j}{M} \quad (9)$$

$$\dot{\Theta} = 2 \sum_1^N m_j y_j \dot{y}_j \quad (10)$$

$$\Theta = \sum_1^N m_j y_j^2 \quad (11)$$

$$\dot{\Theta}_S = 2 X_S \dot{X}_S \cdot M \quad (12)$$

$$\Theta_S = M \cdot X_S^2 \quad (13)$$

Die Koppelungskraft  $K_{j-1,j}$  zwischen den Massenpunkten  $m_{j-1}$  und  $m_j$  erfolgt über elastisch-plastische Deformationsgesetze unter Beachtung der effektiven Stauchungsfläche  $F_{j-1,j}$ . Somit ist die Kraft  $K_{j-1,j}$  eine Funktion der relativen Verschiebung  $Z_{j-1,j} = Z_{j-1} - Z_j$  der Massen zueinander. Da diese Verschiebung, dividiert durch den Anfangsabstand  $Z_{j-1,j}(t=0)$  gleich ist der Materialstauchung  $\epsilon_{j-1,j} = Z_{j-1,j} / Z_{j-1,j}(t=0)$  zwischen den Massenpunkten  $m_{j-1}$  und  $m_j$ , ist die Koppelung identisch mit den Spannungen  $\bar{\sigma}_{j-1,j}(\epsilon_{j-1,j})$ , multipliziert mit den vorhandenen effektiven Stauchungsflächen  $F_{j-1,j}$ .

$$K_{j-1,j} = F_{j-1,j} \cdot \bar{\sigma}(\epsilon_{j-1,j}) \quad (14)$$

Dieses Gesetz gilt, solange  $\bar{\sigma}_{j-1,j}$  unterhalb der Bruchspannung liegt.

Das Rechenprogramm berücksichtigt elastisch-plastische Stauchung bei  $\epsilon_{j-1,j} \geq 0$  als auch elastisch-plastische Entspannung im Falle  $\epsilon_{j-1,j} \leq 0$  (Spannungs-Dehnungs-Hysterese des Flugzeugwerkstoffes).

Wird die Bruchspannung zwischen zwei Nachbarlementen  $m_{j-1}$  und  $m_j$  überschritten ( $\bar{\sigma}_{j-1,j} > \bar{\sigma}_B$  bzw.  $\epsilon_{j-1,j} > \epsilon_B$ ), unterliegt die Kraft anderen Gesetzen. In Anlehnung an die Hydrodynamik folgt aus dem Newton'schen Impulssatz  $d\bar{p} = v_{rel} dm$  (d.h.  $\dot{m}_j = \varrho_j F_0 v_{rel}$ ,  $\varrho_j F_0 = m_j(0) / Z_{j-1,j}(0)$ ,  $v_{rel} = -\dot{Z}_{j-1,j}$ )

$$K_{j-1,j} = \frac{m_j(0)}{Z_{j-1,j}(0)} \cdot \dot{Z}_{j-1,j}^2 \quad (15)$$

Geht der Abstand  $Z_{j-1,j}$  zwischen den Massenelementen  $m_{j-1}$  und  $m_j$  gegen 0, so folgt aufgrund der vorhergegangenen Massenänderung

$$\left( \dot{m}_j = \frac{m_j(0)}{Z_{j-1,j}(0)} \cdot \dot{Z}_{j-1,j} \text{ , d.h. , } m_j = m_j(0) \frac{m_j(0)}{Z_{j-1,j}(0)(1-\epsilon_B)} \right)$$

$$m_j \rightarrow 0$$

Die Masse  $m_{j-1}$  ist jetzt mit der Masse  $m_{j+1}$  gekoppelt, daraus resultiert

$$\dot{z}_{j-1,j} = 0, \dot{z}_j = \dot{z}_{j-1}, K_{j-1,j} = K_{j,j+1}$$

Die Stoßkraft auf das Containment, welche über die Querschnittsfläche des Flugzeuges wirkt, beträgt

$$K_0 = K_{12} \cdot \sin \varphi \quad (16)$$

Der Massenverlust  $\dot{m}_j$  ist identisch mit den pro Zeiteinheit seitlich wegfliedenden Flugzeugteilen. Beschränken wir uns auf den normalen senkr. Absturz ( $\varphi(0) = \frac{\pi}{2}$ ) liefert die Kontinuitätsbeziehung für die radiale Geschwindigkeit  $\vartheta_{z_j}$  der seitlich wegfliegenden Flugzeugteile

$$\vartheta_{z_j} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} \cdot \frac{\dot{z}_{j-1,j}}{z_{j-1,j}} \quad (17)$$

Der Radialgeschwindigkeit  $\vartheta_{z_j}$  wird eine parallel zur Flugzeugachse gerichtete Geschwindigkeit

$$\vartheta_{z_j} = (\dot{z}_{j-1} + \dot{z}_j) / 2 \quad (18)$$

überlagert. Die Zusammenhänge werden durch Abb. 2 veranschaulicht.

Mit

$$K_{z_j} = \dot{m}_j \cdot \vartheta_{z_j} \quad \text{bzw.} \quad K_{v_j} = \dot{m}_j \cdot \vartheta_{v_j}$$

folgt

$$K_{v_j} = \frac{m_j(0)}{z_{j-1,j}(0) \cdot z_{j-1,j}(1-\epsilon_B)} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} \cdot \dot{z}_{j-1,j}^2 \quad (19, 2 \dots N)$$

$$K_{z_j} = -\frac{m_j(0)}{z_{j-1,j}(0)(1-\epsilon_B)} \cdot \dot{z}_{j-1,j} \cdot \frac{\dot{z}_{j-1} + \dot{z}_j}{2} \quad (20, 2 \dots N)$$

Unter der Annahme eines rotationssymmetrischen Massenverlustes treffen die Flugzeugteile die Wand auf einem Kreise mit dem Radius

$$R_j = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} \cdot \frac{y_j}{z_{j-1,j}} \left( \frac{\dot{z}_j}{\dot{z}_{j-1}} - 1 \right) + R_0 \quad (21, 2 \dots N)$$

mit

$$y_j = \sum_{k=2}^j z_{k-1,k} \quad (22)$$

Auf diesem Kreise wirken somit die Kräfte  $K_{z_j}$  bzw.  $K_{v_j}$  infolge der auflprallenden Massen.

Um die gesamte orts- und zeitabhängige Stoßkraft außerhalb des Flugzeugquerschnittes ermitteln zu können, wird die Zielfläche um den Auftreffpunkt in  $M$  konzentrische Kreisringe  $i$  mit festen Radien  $R_i$  eingeteilt.

Die Normalkraft auf die Fläche  $F_i$ , begrenzt durch die Radien  $R_i$  und  $R_{i+1}$  ergibt sich zu

$$K_i = \sum_{j=1}^N K_{z,j} \quad (23, 1, \dots, M)$$

$$K_{z,j} = 0 \text{ für } R_j < R_i \text{ und } R_j \geq R_{i+1}$$

$$K_{z,j} \neq 0 \text{ für } R_i \leq R_j < R_{i+1}$$

Der Gesamtimpuls  $\mathcal{P}$  auf das Containment resultiert schließlich aus der Kraft  $K_0$  und den Kräften  $\sum_{i=1}^M K_i$  zu

$$\mathcal{P}(t) = \int_0^t (K_0(t) + \sum_{i=1}^M K_i(t)) dt \quad (24)$$

Bedeutung der verwendeten Symbole

$E$	/ MWs /	Kinetische Energie des Flugzeuges
$\vec{e}_{\gamma_j}$		Einheitsvektor in $\gamma_j$ -Richtung
$\vec{e}_{\varphi_j}$		Einheitsvektor in $\varphi_j$ -Richtung
$F_0$	/m <sup>2</sup> /	Querschnittsfläche des Flugzeuges
$F_{j-1,j}$	/m <sup>2</sup> /	Effektive Stauchungsfläche zwischen den Massen $m_{j-1}$ und $m_j$
$K_{j-1,j}$	/kp/	Kraft zwischen den Massenelementen $m_{j-1}$ und $m_j$
$F_i$	/m <sup>2</sup> /	Fläche eines Kreisringes $i$ um die Flugzeugachse
$K_0$	/kp/	Stoßkraft auf das Containment, wirksam über die Querschnittsfläche $F_0$
$K_i$	/kp/	Stoßkraft auf eine Ringfläche $i$ um das Flugzeug, hervorgerufen durch herausfliegende Flugzeugteile
$K_{\gamma_j}$	/kp/	Tangential- bzw. Normalkraft auf die Wand durch herausfliegende Flugzeugteile von der Masse $m_j$
$K_{z_j}$	/kp/	
$\mathcal{L}$	/MWs/	Lagrange-Funktion oder freie Energie des Massensystems
$M$	/kg/	Gesamtmasse des Flugzeuges
$m_j$	/kg/	Masse des Elements
$\mathcal{P}$	/kps/	Impuls
$\varphi_k$	/m/	Allgemeine Ortskoordinaten
$\dot{\varphi}_k$	/m/	Allgemeine Geschwindigkeitskoordinaten
$R_0$	/m/	Radius des Flugzeuges
$R_i$	/m/	Fester Radius um die Flugzeugachse
$R_j$	/m/	Auftreffradien der herausfliegenden Flugzeugteile
$\gamma_j$	/m/	Abstand eines Massenelementes $m_j$ von einem festen Punkt
$d\vec{s}_j$	/m/	Wegelement, welches von der Masse $m_j$ durchlaufen wird.

$t$	/s/	Zeit
$U$	/MWs/	Potentielle Energie
$v_{rel}$	/m/s/	Relativgeschwindigkeit
$v_{rj}$	/m/s/	Radialgeschwindigkeit der aus dem Flugzeug wegfliehenden Masse
$v_{zj}$	/m/s/	Geschwindigkeit von herausfliegenden Teilen in Richtung Flugzeugachse
$x_s$	/m/	Schwerpunktsabstand des Flugzeuges von der Spitze
$\dot{x}_s$	/m/s/	Änderung des Schwerpunktsabstandes pro Zeit
$y_j$	/m/	Abstand der Masse $m_j$ von der Flugzeugspitze
$Z_j$	/m/	Zurückgelegter Weg der Masse $m_j$ in Richtung der Flugzeugachse
$\dot{z}_j$	/m/s/	Geschwindigkeit der Masse in Richtung der Flugzeugachse
$Z_{j-1,j}$	/m/	Abstand der Massen $m_{j-1}$ und $m_j$
$\epsilon_{j-1,j}$	/-	Stauchung zwischen den Massen $m_{j-1}$ und $m_j$
$\epsilon_B$	/-	Bruchdehnung des Flugzeugwerkstoffes
$\sigma_{j-1,j}$	/kg/cm <sup>2</sup> /	Spannung zwischen den Elementen $j-1$ und $j$
$\mu$	/-	Reibungskoeffizient zwischen Flugzeug und getroffener Wand
$\varphi$	/-	Winkel der Flugzeugachse zur getroffenen Wand
$\dot{\varphi}$	/s <sup>-1</sup> /	Änderung des Winkels $\varphi$ pro Zeit
$\varphi_j$	/-	Winkel zwischen der Strecke $\gamma_j'$ und der getroffenen Wand
$\dot{\varphi}_j$	/s <sup>-1</sup> /	Änderung des Winkels $\varphi_j'$
$\Theta$	/kg·m <sup>2</sup> /	Trägheitsmoment des Flugzeuges um seine Spitze
$\Theta_s$	/kg·m <sup>2</sup> /	Trägheitsmoment des Flugzeuges um seine Schwerpunkte
$\dot{\Theta}, \dot{\Theta}_s$	/kgm <sup>2</sup> /s/	Änderung der Trägheitsmomente pro Zeit

### 3. Ergebnisse

Bei der Wiedergabe von Ergebnissen, welche mit dem Rechenmodell gewonnen wurden, beschränken wir uns auf den senkrechten Flugzeugabsturz, da dieser Fall gegenwärtig für die Auslegung eines Containments als relevant anzusehen ist. Dieser Fall liefert die größte Belastung des Gebäudes.

Dabei wurde ein Flugzeug mit einer Masse  $M = 2,3 \cdot 10^4$  kg und einer mittleren Querschnittsfläche  $F_0 = 6,6 \text{ m}^2$  zugrundegelegt.

Die für die Dimensionierung des Reaktor Gebäudes wesentlichen Ergebnisse in Form von Belastungsfunktionen sind in den Diagrammen 3 bis 6 dargestellt.

Abb. 3 zeigt die zeitabhängige Kraft  $K_0$  auf das getroffene Ziel. Diese Kraft ist über die Querschnittsfläche  $F_0$  des Flugzeuges wirksam.

Parametriert wurde die Absturzgeschwindigkeit des Flugobjektes. Den Einfluß dieser Geschwindigkeit auf die maximale Stoßkraft  $K_{0max}$  veranschaulicht Abb. 4.

Neben der Kraft  $K_0$  erfährt das Containment zusätzliche Belastungen durch Massen, welche aus dem Flugzeug herausgeschleudert werden und die Wand außerhalb der Fläche  $F_0$  treffen. Die dadurch hervorgerufenen Kräfte sind aus Abb. 5 und 6 ersichtlich.

Dabei beziehen sich die Kraftfunktionen der Abb. 5 auf eine Fläche  $F_1 = 6,6 \text{ m}^2$ , welche die Querschnittsfläche  $F_0$  des Flugzeuges als Kreisringfläche umgibt. Die Flächen  $F_2$  und  $F_3$ , welche durch die in Abb. 6 aufgezeigten Kräfte beaufschlagt werden, sind ebenfalls Kreisringe von je  $6,6 \text{ m}^2$  und umschließen die Flächen  $F_1$  bzw.  $F_2$ .



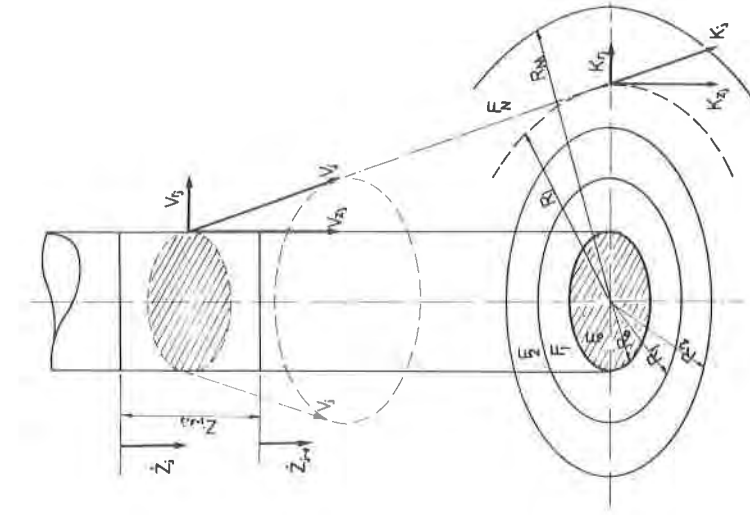
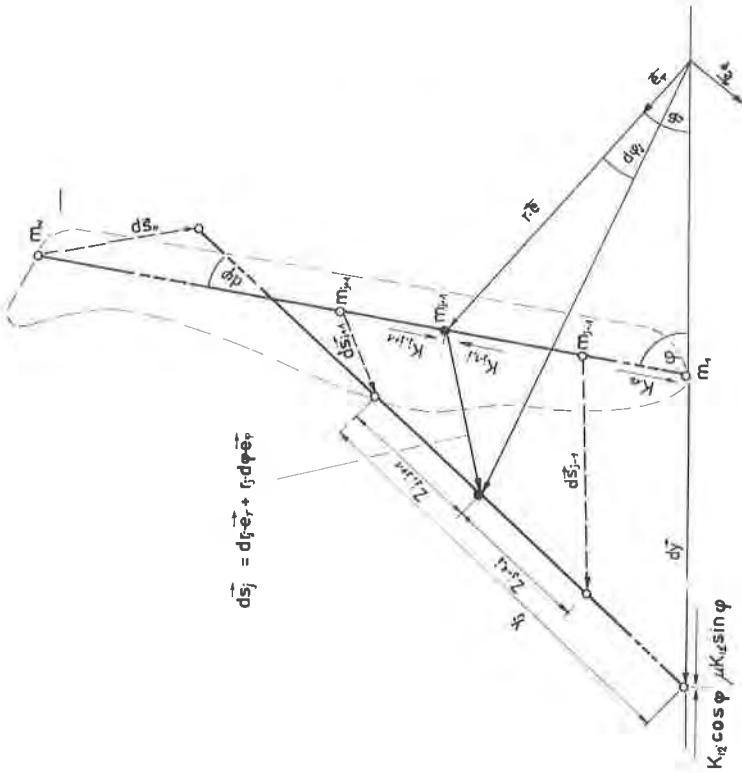


Abb. 2: Veranschaulichung der Kräfte auf das Containment infolge seitlich wegfligender Flugzeugmassen



$$d\vec{s}_j = d\vec{r}_j + \vec{r}_j d\vec{\varphi}_j$$

Abb. 1: Darstellung des Flugzeuges durch ein Ersatzsystem von N gekoppelten Massenpunkten zwecks Simulation eines Absturzes auf ein Reaktorcontainment.

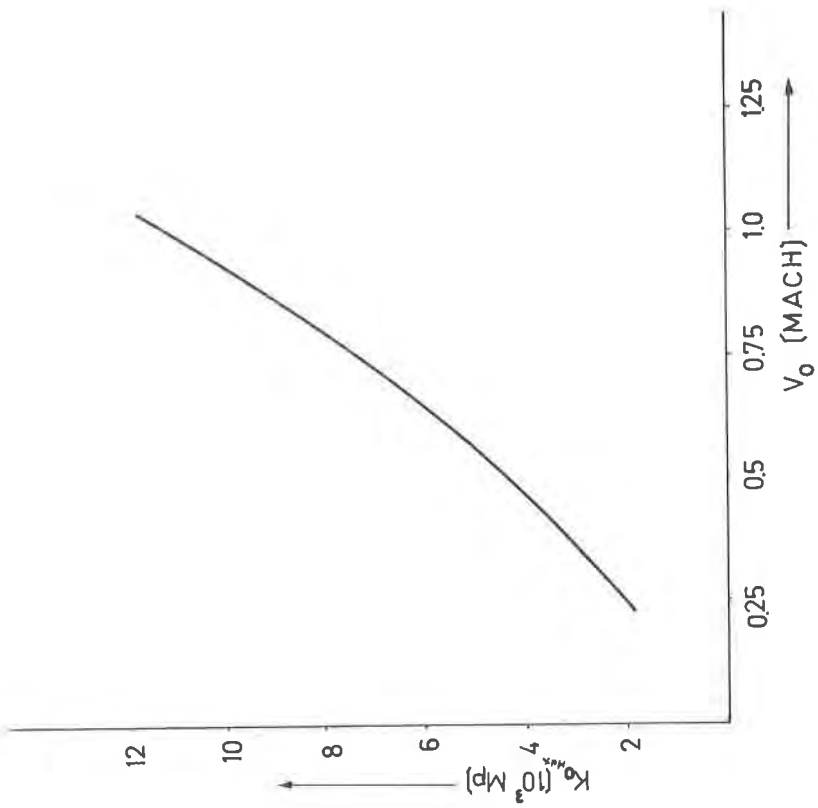


Abb. 4: Maximale Stoßkraft  $K_0$  in Abhängigkeit der Absturzgeschwindigkeit  $V_0$

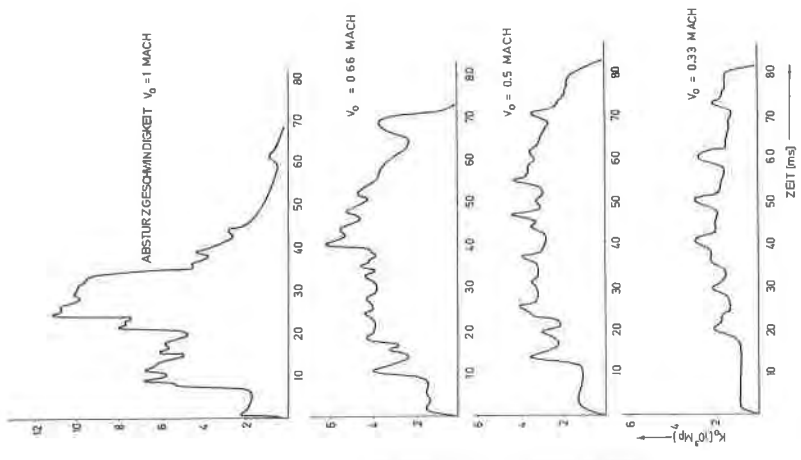


Abb. 3: Zeitfunktion der Stoßkraft  $K_0$  auf das Containment bei senkrechtem Flugzeugabsturz. Diese Kraft wirkt auf eine Fläche entsprechend der Querschnittsfläche  $F_0$  des Flugzeuges. Parameter ist die Absturzgeschwindigkeit  $V_0$

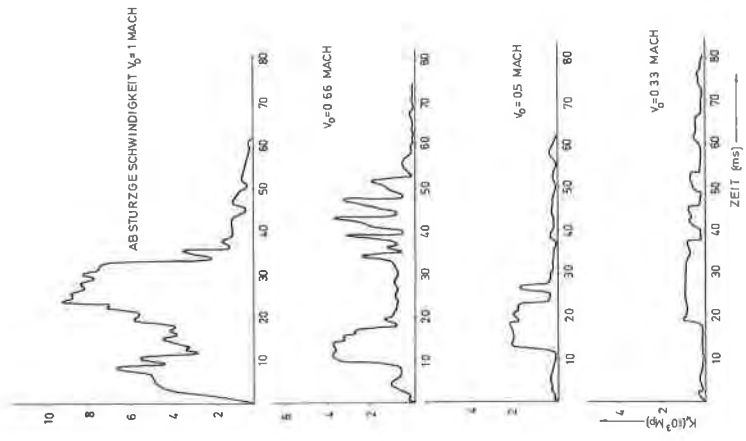


Abb. 5: Zeitfunktion der Kraft  $K_1$ , welche infolge aufprallender Flugzeugmassen auf die Fläche  $F_1$  einwirkt.  $F_1$  ist ein  $6.6 \text{ m}^2$  großer Kreisring, welcher  $F_0$  konzentrisch umschließt (Parameter = Absturzgeschwindigkeit  $v_0$ )

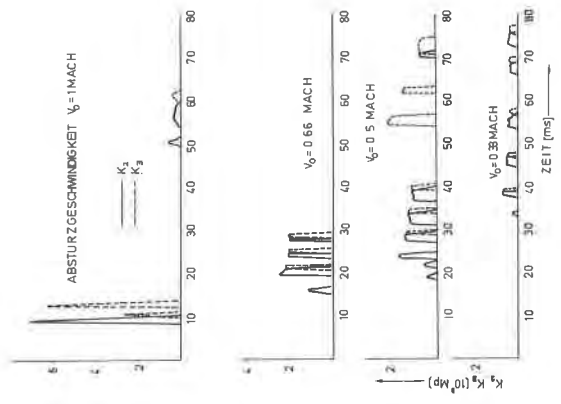


Abb. 6: Dynamische Kraftfunktionen  $K_2, K_3$  auf die Flächen  $F_2$  bzw.  $F_3$  durch aufprallende Flugzeugteile.  $F_2$  und  $F_3$  sind Kreisringe von  $6.6 \text{ m}^2$ , welche  $F_1$  bzw.  $F_2$  konzentrisch umgeben. (Parameter = Absturzgeschwindigkeit  $v_0$ )

