

ANWENDUNG DER FINITE-ELEMENT-METHODE BEI DER BERECHNUNG VON REAKTORDRUCKBEHÄLTERN

E. BAZANT,

Institut für Reaktorsicherheit der TÜV, Köln, Germany

G.E. NEUBRECH,

Siemens AG, Reaktortechnik, Erlangen, Germany

ABSTRACT

After a short review on the finite element method the application of the method is shown on two examples: A nozzle in a reactor pressure vessel and a circumferential crack in the pressure vessel wall.

The basic theory of the finite element method is not presented in detail but in a more general manner in order to make clear the essential difference to the traditional application of theory of elasticity.

Main-Coolant-Nozzle in a Reactor Pressure Vessel:

A finite-element analysis is demonstrated for the three-dimensional elastic thick shell intersection under internal pressure loading:

- finite element idealization,
- results of analysis,
- comparison of the analytical with experimental results obtained from strain-gage measurements.

Circumferential Crack in the Wall of the Cylindrical Part of a Reactor Pressure Vessel: A finite element computation is made for several crack depths. The load is a sharp temperature gradient caused by emergency core cooling.

There are shown:

- the finite element idealization,
- some results of the analysis (stress distributions),
- the way how to obtain stress intensity factors from the finite element results,
- a safety evaluation concerning brittle fracture,
- a comparison with an analytical solution.

1. EINLEITUNG

1.1 ZUM WESEN DER KLASSISCHEN METHODE DER ELASTIZITÄTSTHEORIE

Bei Anwendung der klassischen Methode der Elastizitätstheorie werden unendlich kleine Werkstoffteilchen betrachtet. Anhand dieser infinit kleinen Elemente wird ein Satz von Differentialgleichungen aufgestellt:

- Für das Gleichgewicht von Spannungen und Kräften.
- Für die Werkstoffbeziehung zwischen Spannungen und Dehnungen.
- Für die geometrische Verknüpfung von Dehnungen mit Verschiebungen.

Im Falle einfacher Strukturen mit entsprechend einfachen Randbedingungen läßt sich aus diesen Differentialgleichungen ein einwandfreier Zusammenhang zwischen Kräften und Verschiebungen ableiten.

Die meisten praktischen Berechnungsfälle sind jedoch weniger einfach und nur noch näherungsweise lösbar, nachdem die geometrische Form und die Belastung mehr oder weniger grob idealisiert worden sind.

1.2 ZUM WESEN DER FINITEN-ELEMENT-METHODE

Mit der Methode der Finiten-Elemente wird ein grundsätzlich anderer Weg beschritten: Geometrie und Belastung können wirklichkeitsgetreu erfaßt werden, während die physikalischen Gleichungen approximiert werden. Das geschieht durch gedankliche Aufteilung einer Struktur in Bausteine.

Die Approximation besteht in der primären Annahme eines vereinfachten Verschiebungsansatzes innerhalb der Bausteine. Ohne irgendwelche weiteren Vernachlässigungen gehen daraus die Dehnungen, die Spannungen und die Kräfte hervor, womit für jedes Element ein Zusammenhang zwischen Kräften und Verschiebungen hergestellt ist. Mit Hilfe des Kräftegleichgewichts zwischen den Elementen ergibt sich ein System von sehr vielen aber einfachen Gleichungen, das vom Computer schnell gelöst werden kann.

1.3 HINWEISE ZUR ANWENDUNG DER FINITEN-ELEMENT-METHODE

Dateivorbereitung und Rechenzeit für eine Finite-Element-Berechnung sind etwas kostspielig. Um den Rechenaufwand gering zu halten, wird man daher nicht einfach den gesamten Druckbehälter in Finite-Elemente aufteilen, sondern nur einen Ausschnitt, an dessen Begrenzungen entweder die Verschiebungen oder die Spannungen bekannt sind. Als Ausschnittbegrenzung eignen sich freie Ränder, Einspannungen und Symmetrielinie. Aus Kostengründen wird man vielleicht sogar wieder Idealisierungen von Geometrie und Belastung einführen; die Genauigkeit der Lösung und die Kosten des Verfahrens sollen in einem vernünftigen Verhältnis stehen.

Die beiden folgenden Anwendungsbeispiele sind mit dem Finite-Element-Programm ASKA berechnet worden.

2. BERECHNUNG DES HAUPTKÜHLMITTELSTUTZENS EINES REAKTORDRUCKBEHÄLTERS

2.1 IDEALISIERUNGEN VON GEOMETRIE UND BELASTUNG

Bild 1 zeigt den Reaktor-druckbehälter des Kernkraftwerkes Obrigheim in Längs- und Querschnitt mit den Hauptkühlmittelstützen, an denen die bei der Druckprobe auftretenden Spannungen zu berechnen waren. Dazu ist ein Ausschnitt ausgewählt worden, der nach oben begrenzt ist durch den Druckbehälterdeckel (B - B), an dem die Spannungsverteilung bekannt ist, nach unten durch den Querschnitt (C - C), der die Stützen halbiert und an dem die Axial-Verschiebungen näherungsweise als null (genauer ausgedrückt: gleich groß) angenommen worden sind. An der Stirnseite der Stützen sind wiederum die Spannungen bekannt und ein Längsschnitt (A - A), der zwei Stützen halbiert, wird als Symmetrielinie behandelt. Von diesem Ausschnitt wird außerdem nur ein Stützen (I) berücksichtigt, da die beiden anderen nach ASME-CODE [1] weiter als $2,5 \sqrt{R \cdot t}$ entfernt sind und kaum noch Einfluß auf diesen Stützen ausüben.

Auch die Spannungen sind teilweise idealisiert worden. In Bild 2 ist am oberen Druckbehälterrand die tatsächliche Belastung durch Schrauben und Dichtung sowie ein idealisiertes Druckprofil mit gleicher resultierender Kraft und gleichem Moment zu sehen.

2.2 ERGEBNISSE DER BERECHNUNG

Alle diese Idealisierungen ermöglichten die verhältnismäßig einfache Struktur in Bild 3, die in dreidimensionale HEXE-27-Elemente aufgeteilt worden ist. Es folgen die Darstellungen einiger Spannungsverläufe längs des Übergangs, Stützen-Druckbehälter, die mit den Ergebnissen von Dehnungsmessungen am Bauteil während der Druckprobe und mit spannungsoptischen Messungen an einem Modell verglichen werden. Bild 4, Bild 5 und Bild 6.

Qualitativ stimmen die Spannungsverläufe nach Finite-Element-Berechnung und nach den Messungen gut überein; die betragsmäßigen Abweichungen liegen zwischen 1 und 4 kp/mm² und sind damit als gering zu bezeichnen.

3. REAKTORDRUCKBEHÄLTER MIT UMFANGRISS BEIM THERMOSCHOCK

Eine weitere Finite-Element-Berechnung dient der Beurteilung der Sprödbruchsicherheit eines Reaktor-druckbehälters infolge der Wärmespannungen bei der Kernnotkühlung. Die für die Wärmespannungen verantwortliche instationäre Temperaturverteilung ist mit einem Programm, das von Herrn Lange [2] entwickelt worden ist, berechnet worden. Es wird der zylind-

rische Teil eines Reaktordruckbehälters betrachtet, der an der Innenwand mit einem vollständig umlaufenden Umfangriß versehen sei. Bild 7.

3.1 IDEALISIERUNG DER STRUKTUR

Die Abklinglänge, nach der eine Störung keinen Einfluß mehr hat, kann nach Griffel [3] berechnet werden und beträgt 1500 mm. Da der zylindrische Teil des Druckbehälters länger als die doppelte Abklinglänge ist, kann durch den Riß eine Symmetrieebene gelegt und nach 1500 mm Zylinderlänge ein freier Rand gelassen werden.

Der Zylinder ist in rotationssymmetrische Ringelemente mit dreieckigem Querschnitt, TRIAX-6, aufgeteilt worden. Der Riß beginnt bei Punkt 1 und die Rißspitze liegt zwischen den Punkten 1 und 39. Wegen des zu erwartenden starken Spannungsgradienten vor der Rißspitze sollen dort die Elemente möglichst fein sein, während sie mit wachsendem Abstand von der Rißebe-
ne zur Verringerung der Rechenkosten grober werden dürfen.

3.2 ERGEBNISSE DER BERECHNUNG MIT FINITEN-ELEMENTEN

Zunächst werden zu einem bestimmten Zeitpunkt die errechneten axialen Verläufe der Spannung an der Innen- und an der Außenwand betrachtet. Bild 8. Am freien Rand entspricht die Spannung natürlich nicht der Wirklichkeit. Beim Zylinder ohne Riß sieht man jedoch, daß sie ansteigt, sich einem Grenzwert nähert und in der Nähe des unteren Randes konstant verläuft; der Fehler, der mit dem freien oberen Rand gemacht wurde, ist abgeklungen. Umgekehrt wirkt sich auch eine Störung durch Risse am unteren Rand oben nicht mehr aus. In Bild 9 ist die gleiche Erscheinung an der Außenwand zu sehen.

Bild 10 zeigt die Spannungsverläufe in der Rißebe-
ne für verschiedene Riß-
tiefen.

3.3 ERMITTLUNG VON SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOREN K_I

Aus den Ergebnissen der Finiten-Element-Berechnung können Spannungsintensitätsfaktoren K_I berechnet werden, die kleiner als die kritischen Werkstoffwerte K_{IC} sein müssen, damit Sprödbruch ausgeschlossen werden kann. K_I kann mit vier verschiedenen Gleichungen berechnet werden (Bild 11).

- Aus dem Spannungsverlauf vor der Rißspitze in der Rißebe-
ne.
- Aus dem Spannungsverlauf senkrecht zur Rißebe-
ne.
- Aus dem Verlauf der Rißaufweitung.
- Und aus der Änderung der elastischen Energie der Struktur W infolge
einer Änderung der Rißfläche A .

Die Grenzwertbildung erfolgt graphisch, indem die Funktionswerte in den

Knotenpunkte berechnet, aufgetragen und durch eine Kurve verbunden werden, die nach x bzw. y oder r gleich 0 extrapoliert, K_I ergibt.

K_I kann auch mit wesentlich einfacheren analytischen Gleichungen berechnet werden. Doch ist es notwendig gewesen, die Ergebnisse der analytischen Methode zu überprüfen. In Bild 12 sind die analytisch berechneten K_I -Werte in Abhängigkeit von der Rißtiefe aufgetragen.

3.4 SPRÖDBRUCHBEURTEILUNG

Der Vergleich der Ergebnisse aus analytischer und numerischer Berechnung ist in Bild 13 dargestellt: Erreicht der Riß die kritische Tiefe $(a/w)_{cr}$, so kann Spröbruch eintreten. Die analytische Methode liefert für Risse im entscheidenden Bereich, von null bis zur kritischen Tiefe, zu große K_I -Werte, liegt also auf der sicheren Seite.

Bild 14 zeigt den Verlauf von K_I über der Rißtiefe für verschiedene Zeitpunkte nach Einsetzen der Kernnotkühlung. Die maximalen Werte von K_I sind in Bild 15 über der Zeit aufgetragen. Da zu jedem Zeitpunkt K_I kleiner als K_{Ic} ist, kann somit ein Spröbruch ausgeschlossen werden.

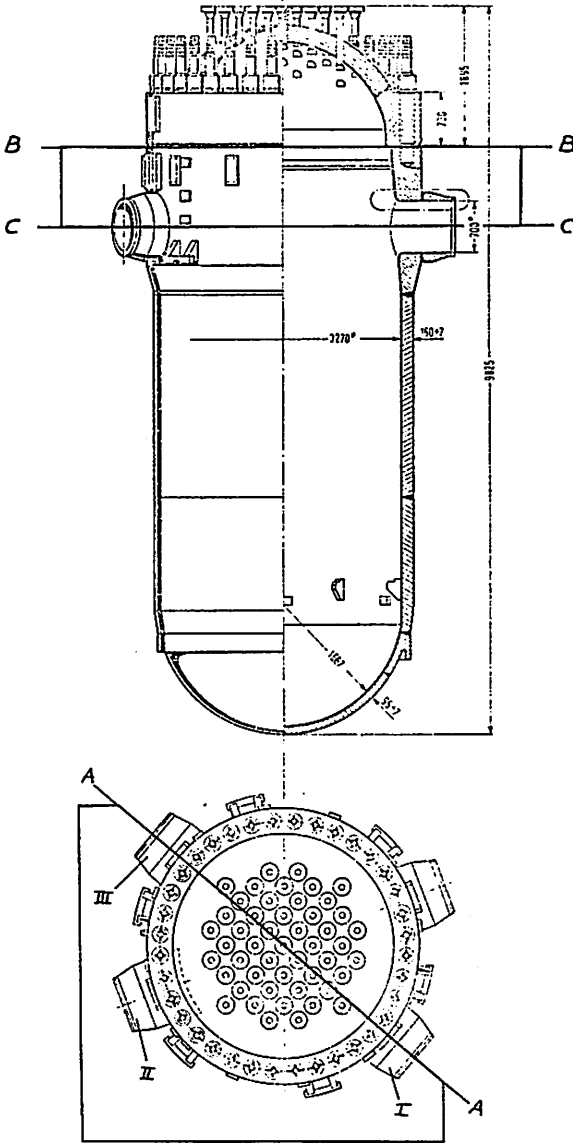
4. HINWEISE AUF WEITERFÜHRENDE LITERATUR

Der hier nur angedeutete Weg zum Nachweis der Spröbruchsicherheit von Reaktordruckbehältern wird von Herrn Bartholomé [4, 5] ausführlich behandelt. Eine detaillierte Beschreibung der beiden hier skizzierten Anwendungen der Finiten-Element-Methode befindet sich in dem Abschlußbericht der Firma Siemens AG an das BMW [6].

LITERATUR

- 1 Asme Boiler and Pressure Vessel Code
Section III, 1968, Article 4, Design, N-452
American Society of Mechanical Engineers
- 2 W.A. Lange,
"Berechnung von Temperaturverteilung in dickwandigen Behälterwänden
bei instationären Vorgängen",
Structural Mechanics in Reactor Technology
Session L 2/7
- 3 William Griffel
"Störspannungen im Druckkessel"
Übersetzung aus Design News, März 1963
- 4 G. Bartholomé
"Sprödbruchanalyse des Reaktordruckbehälters bei der Kernnotkühlung"
Vortrag bei der Reaktortagung 1971 des Deutschen Atomforums / KTG in
Bonn
- 5 G. Bartholomé
"Sicherheitsanalyse von Reaktordruckbehältern"
Structural Mechanics in Reactor Technology
Session G 4/3
- 6 G. Neubrech
"Berechnung der Hauptkühlmittelstützen an Reaktordruckbehältern"
Abschlußbericht der Firma Siemens AG an das BMBW
(Inv. Reaktor 69)

Vorhaben 2.2. 1/4 der "Weiterentwicklung der Technologie von
Schwerwasserreaktoren."



KWO - Reaktordruckbehälter; Ansicht und Schnitt

Bild 1

Kraftleitung und idealisiertes Druckprofil

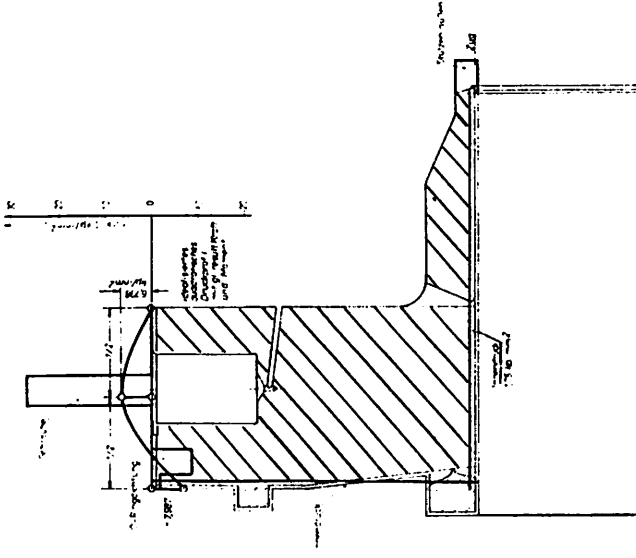


Bild 2

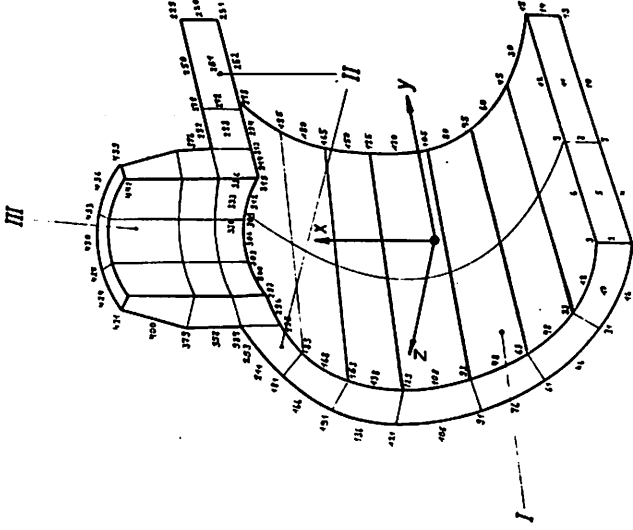
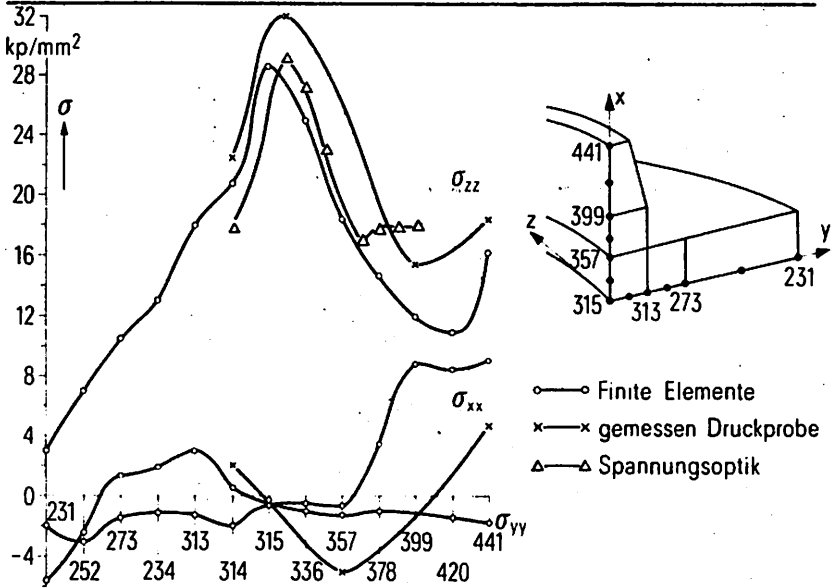


Bild 3

1960 14-10-100-1000
Erich G. Schmitt



Spannungen im Kühlmittelstutzen KWO

Bild 4

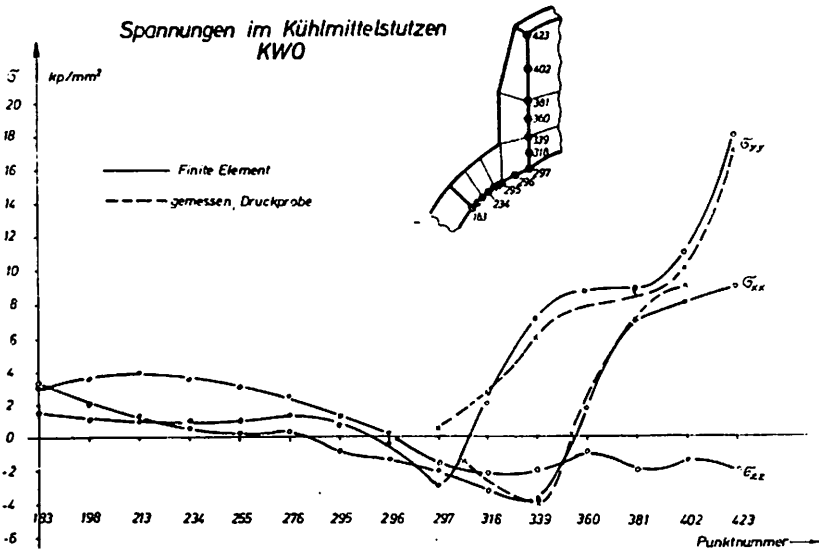
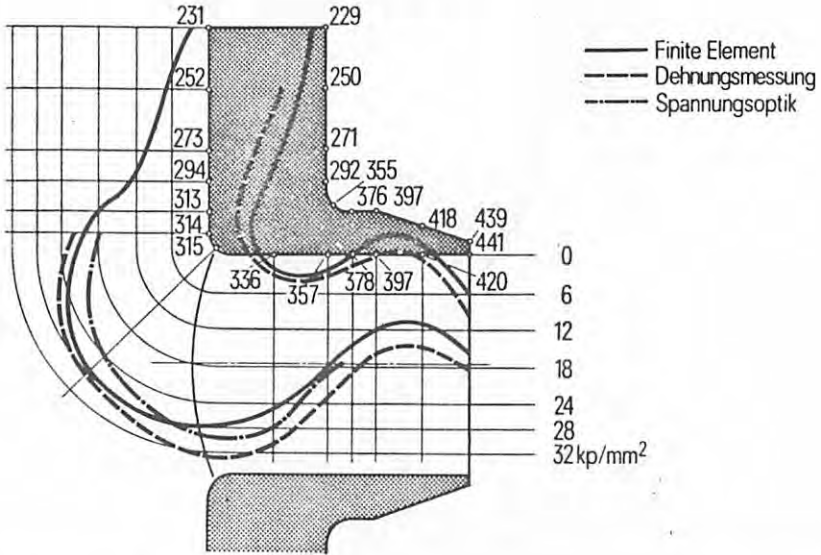
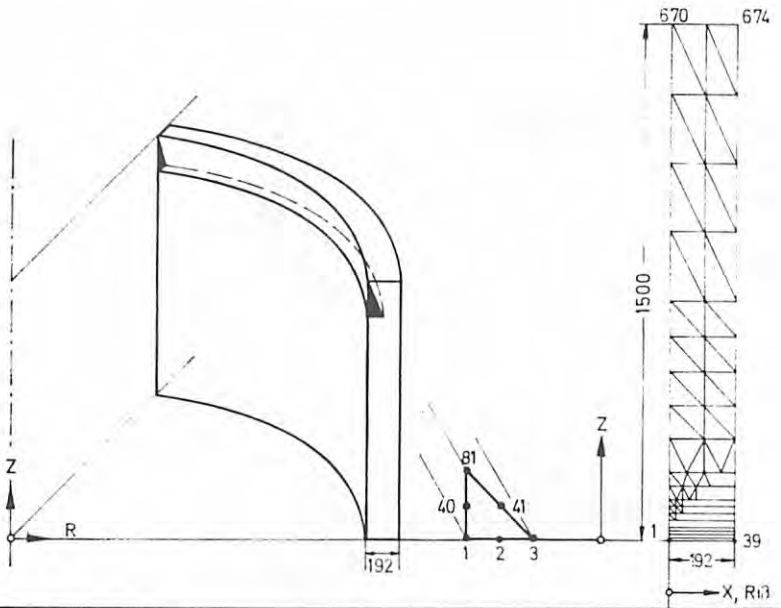


Bild 5



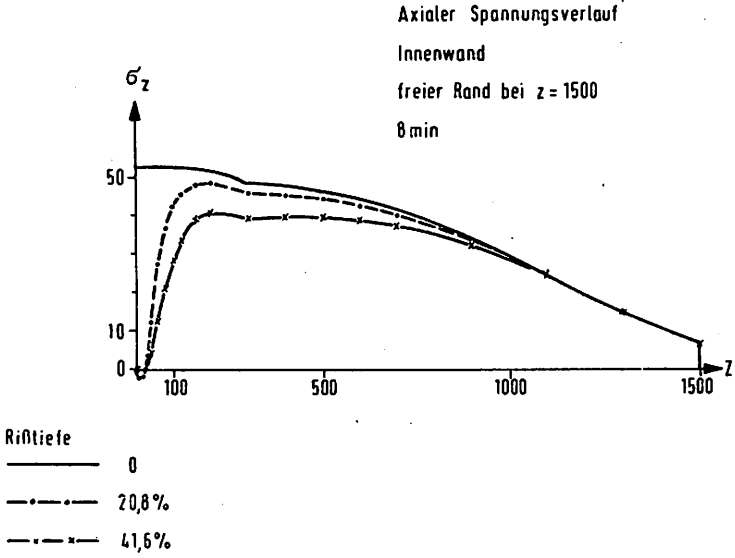
Verteilung der Umfangsspannung entlang der Stutzeninnen- und Außenfaser

Bild 6



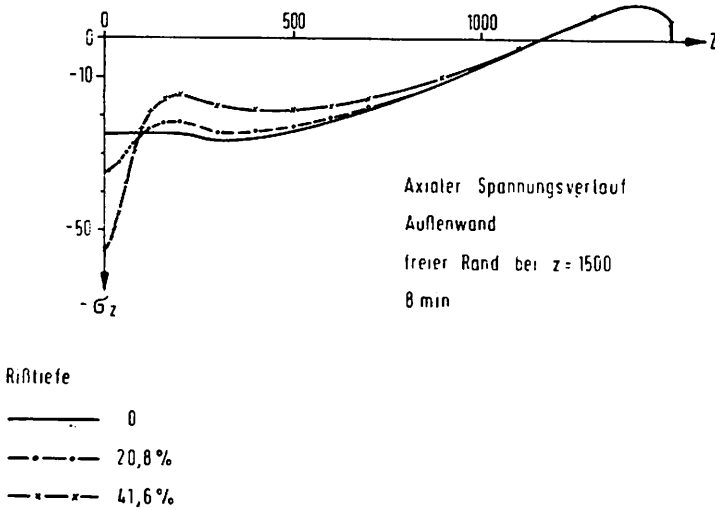
Zylindrischer Teil eines Reaktordruckbehälters
Aufteilung in Finite - Elemente

Bild 7



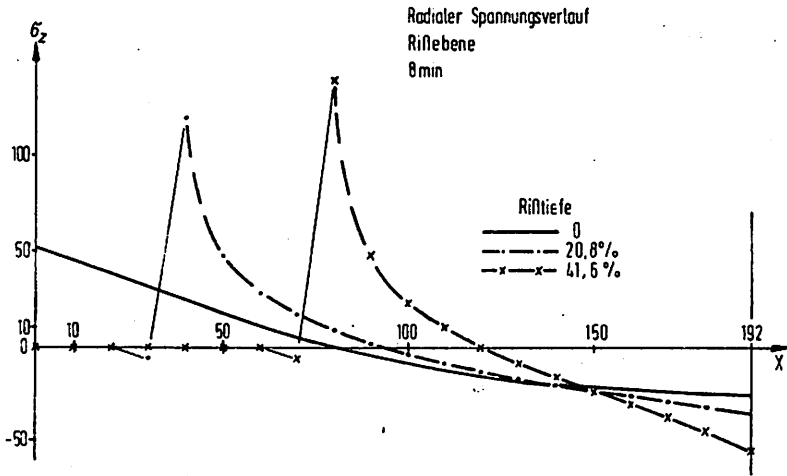
Zylinder mit Umfangsriß beim Thermoschock

Bild 8



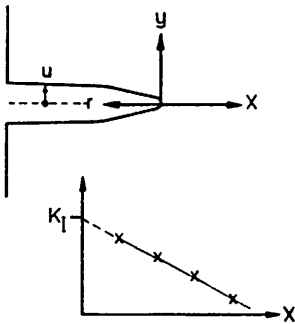
Zylinder mit Umfangsriß beim Thermoschock

Bild 9



Zylinder mit Umfangsriß beim Thermoschock

Bild 10



Aus den Spannungen und Verschiebungen:

$$K_I = \lim_{x \rightarrow 0} \sigma_y(x) \cdot \sqrt{2\pi x}$$

$$K_I = \lim_{y \rightarrow 0} \sigma_y(y) \cdot \frac{\sqrt{2\pi y}}{3/4 \cdot \sqrt{2}}$$

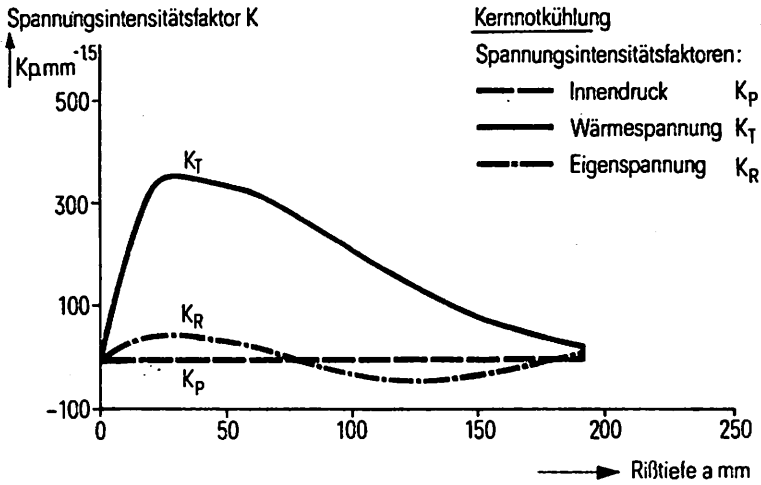
$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot \frac{E}{4(1-\nu^2)} \cdot U(r)$$

Aus Änderung der Energie W infolge Änderung der Rißfläche A:

$$K_I^2 = \left| \frac{dW}{dA} \right| \frac{E}{1-\nu^2}$$

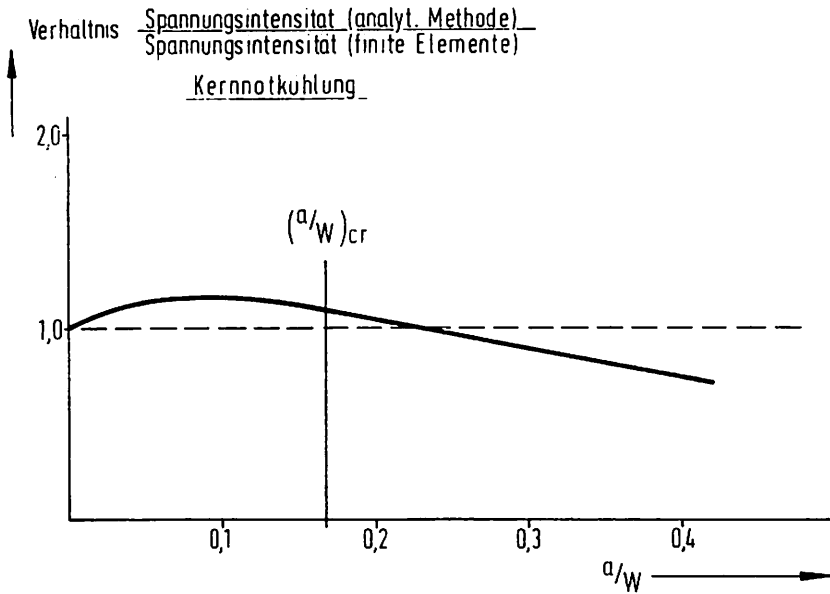
Berechnung der Spannungsintensität K aus den Ergebnissen von Finiten-Element-Berechnungen

Bild 11



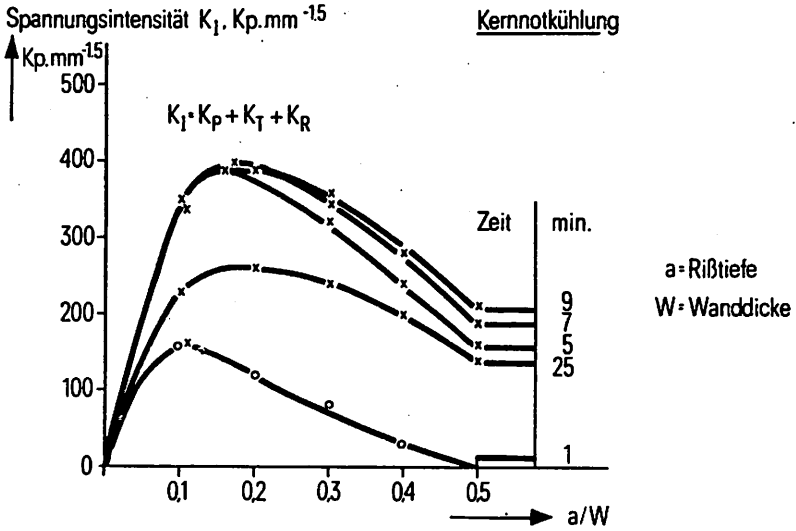
Spannungsintensitätsfaktoren K_p, K_t, K_R ,
in Abhängigkeit von der Rißtiefe a (nach 7 Minuten)

Bild 12



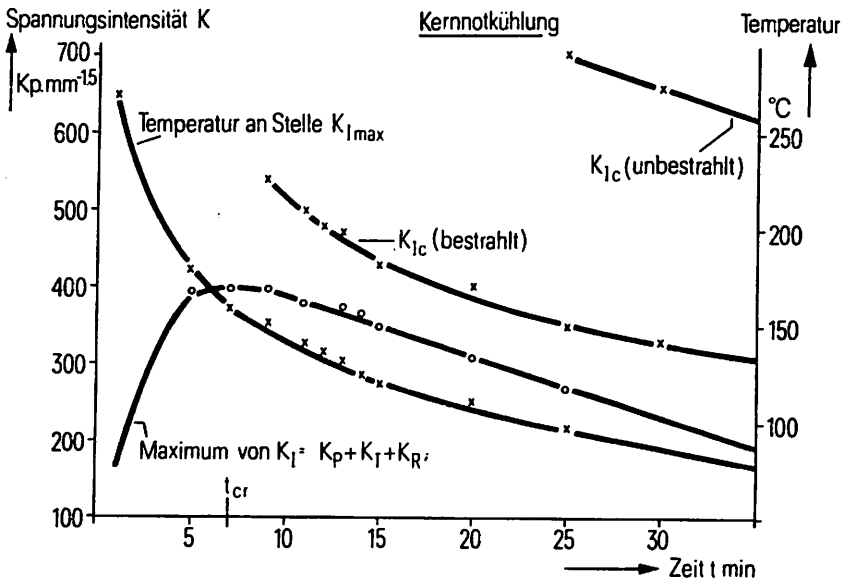
Vergleich der Rechenmethoden, Analytische Methode gegenüber
finite Elemente Methode

Bild 13



Spannungsintensität K_I (Kernnotkühlung) in Abhängigkeit von der Rißtiefe a (Parameter Zeit)

Bild 14



Zeitlicher Verlauf der Temperatur des Maximums von K_I und der kritischen Bruchzähigkeit K_{Ic}

Bild 15

DISCUSSION

A. FREDDI, Italy

A Ich habe eine sehr gute Übereinstimmung bemerkt zwischen Berechnungen mit finiten Elementen und spannungsoptischen Untersuchungen im Bereich der inneren Ecken der Stützen. Ist der Vergleich unter Benutzung des Wertes Poisson Modul $\nu=0,5$ oder $\nu=0,3$ durchgeführt ? In der Tat gibt es in diesen Punkten eine nicht vernachlässigbare Wirkung des Poisson Modul. Das ist demonstriert worden für die Verbindung Zylinder und Kugel bei dem der Unterschied 20% erreichen kann (s. Bericht von Prof. Water und Rodabough). Aber haben Sie nicht einen Unterschied bemerkt zwischen diesen Berechnungen und Dehnungsmessstreifen-Messungen an einem metallischen Modell ?

G. E. NEUBRECH, Germany

A Der Finite-Element-Berechnung liegt $\nu=0,3$ zugrunde. Der entscheidende Vergleich in den Bildern kann nur zwischen den Dehnungsmessungen und der Berechnung erfolgen, da die Dehnungsmessung am Bauteil, im Betrieb erfolgte. Ein spannungsoptisches Modell enthält selbst Idealisierungen von Geometrie und Belastung, die zu den von Ihnen beanstandeten Abweichungen zwischen Modellversuch und Dehnungsmessung am Bauteil führen können. Die spannungsoptische Untersuchung ist von den Mühlheimer Werken, KWU, durchgeführt und im Technischen Bericht Nr. 67 014 beschrieben worden. Einzelheiten bitte ich dort zu erfragen.