

**ALLGEMEINE BERECHNUNG  
VON SPANNBETON-REAKTORDRUCKBEHÄLTERN  
UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON NICHTLINEAREN  
SPANNUNGS-DEHNUNGSGESETZEN  
NACH DER METHODE DER DYNAMISCHEN RELAXATION**

G. SCHNELLENBACH,

*Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität, Bochum, Germany*

Abstract

Threedimensional calculations of prestressed concrete pressure vessels may not be restricted to the elastic case. Concrete properties depend on time and temperature. A vessel analysis with modern computation methods has to take account of the variable material behaviour. If stresses exceed the elastic range of concrete it may be necessary to perform an elasto-plastic calculation. In regions, where stresses exceed the tensile strength of concrete and where tensile stresses are carried mainly by the reinforcement, possibly a calculation considering cracking of concrete has to be performed.

The dynamic relaxation method is a suitable method for threedimensional calculations of prestressed concrete pressure vessels with the mentioned material behaviour. The theory for elastic solutions with the dynamic relaxation method is well known. A description is given only as far as necessary to understand computation processes with constitutive laws different from linear elasticity. Some remarks are made on the computation of threedimensional temperature distributions and the calculation of resulting stresses. Assumptions and the computation process for the creep calculation are outlined. An elasto-plastic calculation with the dynamic relaxation method is described with an example of a plane problem using a nonlinear constitutive law basing on Prandtl-Reusz theory. Assumptions for calculations of prestressed concrete pressure vessels with cracked zones are outlined.

## 1. Vorbemerkungen

Wegen der hohen Sicherheitsanforderungen, die an Spannbeton-Reaktordruckbehälter gestellt werden, darf sich die Berechnung des Spannungs- und Verformungszustandes solcher Bauwerke nicht nur auf den rein elastischen Bereich beschränken. Sie liefert im allgemeinen nur für Kurzzeitbelastungen zutreffende Ergebnisse. Die Eigenschaften des Betons sind u.a. zeit- und temperaturabhängig. Eine nach den heutigen Möglichkeiten durchzuführende Berechnung muß diese veränderlichen Werkstoffeigenschaften erfassen. Wird der Beton über seinen Elastizitätsbereich hinaus beansprucht, kann in besonderen Fällen auch eine elastoplastische Berechnung erforderlich werden. Bereiche, in denen die Zugfestigkeit des Betons überschritten wird und in denen der Betonstahl im wesentlichen die tragende Funktion übernimmt, müssen unter Umständen unter Berücksichtigung des Spannungszustandes II berechnet werden.

Ansätze für eine Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern, die über den elastischen Zustand hinausgeht, wurden bisher vor allem auf der Grundlage der Methode der finiten Elemente bekannt. Die Methode der dynamischen Relaxation, die sich für die elastische Berechnung als sehr gut geeignet erwiesen hat, vgl. [1] - [5], wurde inzwischen auch für die Berechnung des Kriecheinflusses erweitert, vgl. [6] und [7].

Eine intensive Beschäftigung mit den Grundlagen der dynamischen Relaxation und Untersuchungen über die Anwendungsmöglichkeiten dieses Verfahrens haben gezeigt, daß sich die dynamische Relaxation praktisch für alle Probleme der Berechnung der Spannungs- und Verformungszustände von beliebigen Bauwerken und Behältern eignet. Es können beliebige Randbedingungen und Belastungen erfaßt werden. Eine Erweiterung des Verfahrens auf endliche Verformungen ist möglich. Die dreidimensionale Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern unter Berücksichtigung der Werkstoffeigenschaften, wie sie durch den Beton bzw. bewehrten Beton vorgegeben sind, ist eines der verschiedenen Anwendungsgebiete. Dabei lassen sich auch nichtlineare Spannungs-Dehnungsgesetze erfassen. Ebenso können räumliche Temperaturfelder mit einem der dynamischen Relaxation verwandten Verfahren bestimmt werden.

Für die Ermittlung der Beanspruchungen von Spannbeton-Reaktordruckbehältern ist es ausreichend, von infinitesimalen Verformungen auszugehen.

## 2. Berechnung räumlicher Temperaturfelder

Die Berechnung der örtlichen und zeitlichen Ausbildung des Temperaturfeldes im Körper geht von der Fourierschen Differentialgleichung der Wärmeleitung aus:

$$\frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \Delta \mathcal{V} + \frac{Q}{c \rho} = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} \quad (1)$$

- mit  $\mathcal{V}$  Temperatur des Körperelementes  
 $t$  Zeit  
 $Q$  im Körperelement erzeugte Wärmemenge (Quelle)  
 $\Delta$  Laplacescher Operator  
 $\lambda$  Wärmeleitfähigkeit  
 $c$  spezifische Wärme  
 $\rho$  Dichte

Die Lösung dieser parabolischen Differentialgleichung erfolgt numerisch in ähnlicher Weise, wie es von der dynamischen Relaxation für die Berechnung des Spannungs- und Verformungszustandes bekannt ist. Ähnlich der dynamischen Relaxation ist auch hier ein Konvergenz- und Stabilitätskriterium für die numerische Lösung einzuhalten, das die Größe des Zeitintervalles in Abhängigkeit von der gewählten Netzweite des räumlichen Rasters begrenzt. Da die Temperaturentbreitung im zeitlichen Abstand der durch  $\Delta t$  angegebenen Zeitintervalle berechnet wird, lassen sich sowohl instationäre als auch stationäre Temperaturfelder berechnen. Mehrschichtenprobleme, wie sie z.B. beim Übergang Liner-Beton auftreten, und Wärmeaustausch zwischen Oberfläche und Umgebung lassen sich durch entsprechende Randbedingungen erfassen. Änderungen der Materialeigenschaften, z.B. durch den Temperatureinfluß, können prinzipiell berücksichtigt werden.

Als Beispiel einer Berechnung des räumlichen Temperaturfeldes ist in Abb. 1 die Temperaturverteilung in zwei Schnitten eines Spannbeton-Reaktordruckbehälters mit in der Wandung liegenden Wärmetauschern gezeigt.

Die Berechnung der Temperaturspannungen aus dem Temperaturfeld erfolgt über die Spannungsäquivalente, die als Anfangswerte in die Berechnung des Spannungs- und Verformungszustandes eingehen.

### 3. Allgemeine Berechnung des Spannungs- und Verformungszustandes

#### 3.1 Grundlagen

Das Verhalten der Werkstoffe in Spannbeton-Reaktordruckbehältern kann zu Anfang aller potentiell möglichen Belastungen als linear-elastisch angesehen werden. Erst durch den Einfluß von Temperatur, Zeit oder bei Überschreiten gewisser Beanspruchungen ändern sich die Materialeigenschaften. Die Berechnungen nach dem Verfahren der dynamischen Relaxation gehen deshalb von den bekannten 9 Differentialgleichungen des elastischen Kontinuums für die Verschiebungen und Spannungen, d.h. den 3 Gleichgewichtsbedingungen und den 6 konstitutiven Beziehungen, aus. Ebenso können jedoch für die Durchführung der Berechnung die dem System von 9 Differentialgleichungen entsprechenden 3 Differentialgleichungen für die Verschiebungsfunktionen benutzt werden. Die für die Behandlung nicht-linearen oder anisotropen Materialverhaltens notwendigen Erweiterungen sind später angegeben. Auf das Prinzip der Lösung dieser Differentialgleichungssysteme nach dem Verfahren der dynamischen Relaxation soll hier nicht weiter eingegangen werden, ebenso nicht auf Stabilitäts- und Konvergenz-Kriterien. Diese Fragen sind grundsätzlich in [1] - [5] behandelt. Sie gelten sinngemäß auch für alle folgenden Fälle. Auch für die Berücksichtigung beliebiger Randbedingungen und Belastungen wird auf [1] - [5] und [8] verwiesen. Ein Beispiel für die Möglichkeit, beliebige Berandungen zu erfassen, ist auch mit Abb. 2 gegeben. Das zur Berechnung gewählte Rasternetz ist in der Abb. 2 eingetragen. Ein weiteres Beispiel einer dreidimensionalen Berechnung wird in [9] beschrieben.

#### 3.2 Berücksichtigung orts- und zeitabhängiger Materialeigenschaften

Räumlich veränderliche Materialeigenschaften, die z.B. durch Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilungen bedingt sind, können mit dem Berechnungsverfahren der dynamischen Relaxation ohne Schwierigkeiten berücksichtigt werden. Hierzu wird zweckmäßigerweise im Rechenprogramm ein Programmteil vorgesehen, in dem in Abhängigkeit von den Einflußgrößen die Materialkennwerte ermittelt werden, die später bei der Berechnung in den einzelnen Rastern berücksichtigt werden. Für die Durchführung der Berechnung ist es dann nur erforderlich, in den Ausgangsbeziehungen die Materialkennwerte abhängig von den Raumkoordinaten zu formulieren.

Bei zeitlicher Veränderlichkeit des Materialverhaltens und der Belastung ist es ein üblicher Weg, die Veränderlichkeit der Spannungen und Verformungen durch eine Anzahl von Zeitschritten zu beschreiben. Bei linear

visko-elastischem Verhalten des Werkstoffes gilt das Superpositions-gesetz, so daß die Verformungsgrößen in Integral- oder Summenform in Ab-hängigkeit von den veränderlichen Spannungen und Materialkenngrößen aus-gedrückt werden können. Eine Berechnung mit diesem Materialverhalten er-fordert, daß die vorangegangene Belastungsgeschichte bei der Berechnung abgespeichert wird, da sie von Einfluß auf jeden Berechnungsschritt ist. Wie Versuchsergebnisse zum Langzeitverformungsverhalten von Beton bei Bedingungen, wie sie in der Wandung eines dickwandigen Reaktordruckbe-hälters herrschen, zeigen, wird das Verformungsverhalten von Beton mit dem Superpositionsgesetz sowohl bei Belastungsänderungen als auch Temperaturänderungen zutreffend beschrieben [7]. Diese Berechnungsmetho-de ist bei instationären Zuständen mit starker Veränderlichkeit anzuwen-den. Dies tritt bei Reaktordruckbehältern, z.B. während des Aufheizvor-ganges der Behälterwandung, auf. Bei der Berechnung der Spannungen sieht man, daß diese verhältnismäßig schnell Endwerten zustreben.

Da beim Kriechverhalten von Massenbeton die Abhängigkeit vom Belastungs-alter gering ist, können diese Endzustände in geeigneten Fällen auch mit guter Genauigkeit direkt berechnet werden. Dazu sind entsprechende Mate-rialkennwerte einzuführen. Die Materialkennwerte sind als Funktionen der Temperatur, der Belastungsdauer und sonstiger Einflußparameter zu formu-lieren und können in einem Berechnungsablauf, wie oben beschrieben, ver-wendet werden.

In Abb. 3 und Abb. 4 sind die Spannungen in einem Reaktordruckbehälter für den Lastfall Temperatur für den elastischen Fall und den praktisch stationären Zustand nach langzeitigem Kriechen aufgetragen. Sie wurden aus einer direkten Berechnung erhalten. Wie aus den Bildern zu ersehen ist, werden die Temperaturspannungen durch das Betonkriechen stark abge-baut. Das Kriechen ist hierbei in Abhängigkeit von Versuchsergebnissen formuliert worden. Eine hierzu durchgeführte schrittweise Berechnung unter Berücksichtigung der Aufheizung des Behälters hat gezeigt, daß sie sich bereits nach 30 Tagen deutlich dem stationären Zustand annähern.

Für die allgemeine Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern hat sich eine Kombination von schrittweiser Ermittlung des Kriechens, direkter Methode und Superposition als geeignet erwiesen. Welche dieser Möglichkeiten zweckmäßig ist, hängt von den Materialeigenschaften und der Belastungsgeschichte ab [7].

Die Durchführung der Berechnung mit Hilfe der dynamischen Relaxation er-folgt in der gleichen Weise, wie sie von anderen numerischen Verfahren bekannt ist.

### 3.3 Elasto-plastische Berechnung

Die elasto-plastische Berechnung mit Hilfe der dynamischen Relaxation kann nach einer der verschiedenen Plastizitätstheorien erfolgen. Als Beispiel wird die Berechnung einer Scheibe mit quadratischer Öffnung nach der Theorie von Prandtl-Reusz beschrieben [10]. Das verwendete nichtlineare Materialgesetz ist in Abb. 6 dargestellt. Über die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  läßt sich in bekannter Weise der allgemeine Spannungszustand auf das für den einaxialen Fall gegebene Spannungs-Dehnungsgesetz beziehen. Nach Aufspaltung des Spannungstensors  $\sigma_{ij}$  in den Spannungsdeviator und den Kugeltensor  $\sigma \cdot \delta_{ij}$  ergibt sich

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \cdot \delta_{ij} \quad (2)$$

Aus der charakteristischen Gleichung erhält man die Invarianten des Spannungsdeviators, von denen nur der 2. Spannungsdeviator nach Mises-Huber-Hencky als maßgebend angesehen wird:

$$I_2' = \frac{1}{3} \cdot \sigma_v^2 \quad (3)$$

Die differentiellen Verzerrungs-Spannungs-Gesetze von Prandtl-Reusz für den isotrop verfestigenden Werkstoff lauten

$$d \varepsilon'_{ij} = \frac{d \sigma'_{ij}}{2G} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma'_{ij}}{T_P(\sigma_v) \sigma_v} d \sigma_v \quad \text{für } d \sigma_v > 0 \quad (4)$$

$$d \varepsilon_{ii} = \frac{1-2 \cdot \nu}{E} \cdot d \sigma_{ii} \quad \text{für } d \sigma_v \leq 0 \quad (5)$$

wobei den plastischen Tangentenmodul des einaxialen Vergleichszustandes bezeichnet. Die konstitutiven Beziehungen, vgl. Abschnitt 3.1, werden mit Gl. (4) und Gl. (5) so ergänzt, daß eine direkte Anwendung der dynamischen Relaxation auf die so erweiterten Beziehungen möglich ist.

Für die Durchführung der numerischen Berechnung wird eine Dämpfung gewählt, die einen im allgemeinen kontinuierlichen Aufbau des Spannungs- und Verformungszustandes gewährleistet. Wird an einer Stelle die Fließspannung überschritten, wird an dieser Stelle im nächsten Iterationsschritt bereits die Nichtlinearität des Spannungs-Dehnungsgesetzes berücksichtigt. Auf diese Weise wird in einem einzigen Rechengang der elastoplastische Endzustand erreicht.

In Abb. 5 ist die elastische Lösung einer durch Längszug beanspruchten quadratischen Scheibe mit quadratischer Öffnung dargestellt. Die Rasterweite im Eckbereich betrug  $a/48$ , die Spannungsspitze ergab sich zu

5960 kp/cm<sup>2</sup>. Das Ergebnis der elastoplastischen Berechnung, das mit der gleichen Rasterteilung durchgeführt wurde, ist in Abb. 6 wiedergegeben. Die Spannungsspitze ermäßigte sich auf 3870 kp/cm<sup>2</sup>, also um etwa 35 %.

### 3.4 Berücksichtigung der Rißbildung

Die Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern im Zustand II kann sowohl unter Berücksichtigung von Einzelrissen als auch unter Berücksichtigung eines Materialgesetzes erfolgen, das die Richtung der Rißbildung sowie das integrale Verformungsverhalten, das durch die Rißabstände und die Rißweiten charakterisiert ist, erfaßt. In diesem Materialgesetz kann die Bewehrung berücksichtigt sein. Es ist jedoch auch möglich, das Materialgesetz nur auf den Beton zu beziehen und die Bewehrung unter Berücksichtigung des Verbundes getrennt anzusetzen. Rißverlauf und Bewehrungsführung können für beide Fälle - Einzelrisse, integrale Betrachtungsweise - in beliebiger Richtung erfaßt werden.

Die Betrachtung von Einzelrissen ist aus Gründen der noch fehlenden Kenntnisse über Rißbildung und Rißverteilung, sowie wegen des großen Rechenaufwandes nur dann sinnvoll, wenn z.B. durch die geometrischen Verhältnisse und die Belastung ein Einzelriß erwartet werden kann und bekannt ist, an welcher Stelle die Rißbildung beginnt. Für beide Möglichkeiten, Einzelrisse und integrale Betrachtung des Rißbereiches, kann die Berechnung auf zwei verschiedene Arten durchgeführt werden:

1. Beim Aufbau des Spannungs- und Verformungszustandes im zu berechnenden Körper, wie er bei der Berechnung mit Hilfe der dynamischen Relaxation erfolgt, wird bei Überschreiten der Betonzugfestigkeit bzw. der Bruchdehnung des Betons eine Änderung der Materialeigenschaften in den betroffenen Bereichen entsprechend den Hauptspannungsrichtungen und der Bewehrung eingeführt. Das bedeutet, daß während des Iterationsvorganges das System und die Materialeigenschaften evtl. laufend verändert werden und daß so für einen bestimmten Lastfall eine einzige Berechnung direkt zum gewünschten Ergebnis führt.
2. Aus einer elastischen Berechnung werden die Bereiche, in denen die Betonzugfestigkeit bzw. die Bruchdehnung überschritten wird, für eine zweite Berechnung mit entsprechend variierten, jedoch während der Berechnung unveränderten Materialgesetzen berücksichtigt. Für die Neuberechnung wird das Ergebnis der vorhergehenden Berechnung als Anfangszustand eingeführt, so daß die Iteration schnell das Gleichgewicht für das neue System erreicht

Dieser Vorgang wird einige Male wiederholt, bis keine Änderungen mehr eintreten.

Beide Möglichkeiten führen die Berechnung des nichtlinearen Materialgesetzes und die Anisotropie auf eine schrittweise Berechnung mit schrittweise veränderten linear-elastischen Materialeigenschaften zurück, wobei für Einzelrisse angenommen wird, daß keine Zugspannungen im RiB wirken können. Welche der verschiedenen Möglichkeiten der Berechnung unter Berücksichtigung der RiBbildung zweckmäßig ist, Betrachtung von Einzelrisen - integrale Betrachtung der RiBbereiche, oder Berechnung in einem einzigen Berechnungsgang - Berechnung mit verschiedenen Schritten, hängt im allgemeinen von den Anforderungen, die an die Berechnung gestellt werden, den geometrischen und den Bewehrungsverhältnissen sowie der Belastungsgeschichte ab. Die theoretischen Voraussetzungen für eine zutreffende Berechnung der RiBbildung mit Hilfe der dynamischen Relaxation sind gegeben. Es fehlen jedoch noch ausreichende Kenntnisse über das Materialverhalten. Dadurch scheint heute nur die integrale Betrachtungsweise der RiBbereiche sinnvoll zu sein.

Die Ausweitung der RiBbereiche in einem Spannbeton-Druckbehälter bei steigender Belastung, die auf diese Weise berechnet wurde, ist in Abb. 7 dargestellt. In dieser Berechnung wurden Liner und schlaaffe Bewehrung berücksichtigt.

### 3.5 Berücksichtigung von Liner und Panzerrohren

Spannbeton-Reaktordruckbehälter erhalten als Dichthaut für das Kühlmittel an den Innenflächen einen Liner, an den Öffnungen Panzerrohre. Diese Konstruktionselemente lassen sich bei der Berechnung eines Spannbeton-Druckbehälters dadurch erfassen, daß sie als eigenständige Tragglieder aufgefaßt werden, die punktweise oder auch durchgehend, d.h. an jedem Rasterpunkt der Grenzfläche mit dem Spannbetonbehälter verbunden sind. An den Verankerungspunkten kann die Kopplung zwischen Stahlauskleidung und anliegenden Behälterflächen in der Form erfaßt werden, wie sie durch die Verankerungen vorgegeben ist. Es bestehen für die Berücksichtigung dieser Stahlauskleidungen bei der Berechnung des Behälters nach dem Verfahren der dynamischen Relaxation keine besonderen Schwierigkeiten.



#### 4. Zusammenfassung

Die dynamische Relaxation war bisher nur als geeignetes Verfahren zur elastischen und viskoelastischen Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern bekannt. Eingehende Untersuchungen der Anwendungsmöglichkeiten der dynamischen Relaxation haben gezeigt, daß dieses Verfahren erlaubt, zeitlich und räumlich veränderliches, lineares und nichtlineares Materialverhalten zu berücksichtigen. Das nichtlineare Materialverhalten gewinnt für Beanspruchungen im elasto-plastischen Bereich und bei Ribbildung besondere Bedeutung. Räumliche Temperaturfelder lassen sich mit einem der dynamischen Relaxation verwandten Verfahren sowohl für instationäre als auch für stationäre Zustände sehr gut berechnen.

Die kurze Beschreibung der Anwendungsmöglichkeiten der dynamischen Relaxation hat gezeigt, daß sich dieses Verfahren für die allgemeine Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern unter Berücksichtigung von linearen und nichtlinearen Spannungs-Dehnungsgesetzen eignet, d.h. für die Berechnung unter Berücksichtigung aller durch den Spannbeton vorgegebenen Materialeigenschaften. Die Beschreibung wurde durch einige Berechnungsbeispiele ergänzt.

- 1 OTTER, J.R.H., Computations for Prestressed Concrete Reactor Pressure Vessels using Dynamic Relaxation. Nuclear Structural Engineering 1 (1965), S. 61 - 75
- 2 HOLLAND, J.A., Dynamic Relaxation applied to local effects. Conference on Prestressed Concrete Pressure Vessels, London 1967, S. 587 - 595
- 3 SCHNELLENBACH, G., Beitrag zur numerischen Berechnung des räumlichen Spannungszustandes in Hohlzylindern mit Ausschnitten. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1969
- 4 SCHNELLENBACH, G., Berechnung des räumlichen Spannungszustandes in Druckbehältern mit Ausschnitten mit Hilfe der Dynamischen Relaxation, Nuclear Engineering and Design, Vol. 10 (1969), pp 476 - 502
- 5 SCHNELLENBACH, G., Die Dynamische Relaxation als zweckmäßiges Verfahren zur räumlichen Berechnung von Spannbetondruckbehältern, Zweite Euratom-Informationstagung über Reaktordruckbehältern aus Spannbeton und ihre Wärmeisolierung, Brüssel 1969, S. 735 - 757

- 6 CEDERBERG, H., DAVID, M., Computation of creep Effects in Prestressed Concrete Pressure Vessels using Dynamic Relaxation, Nuclear Engineering and Design, Vol. 9 (1969)
- 7 HANSSON, V., Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern unter Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens, Bericht Nr. 4 der Forschungsgruppe Reaktordruckbehälter des Institutes für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1970
- 8 ZERNA, W., SCHNELLENBACH, G., Zur Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern, Beton- und Stahlbetonbau 11/1970
- 9 HANSSON, V., Die dreidimensionalen elastischen Spannungszustände im Bereich der Öffnungen des THTR-Spannbetonbehälters - Ein Vergleich zwischen numerischer Berechnung und Meßergebnissen eines elastischen Modells -, First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin, 20. - 24.9.71
- 10 ICK, U., Die elastoplastische Berechnung von Scheiben mit Hilfe der Dynamischen Relaxation, Bericht Nr. 6 der Forschungsgruppe Reaktordruckbehälter des Institutes für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1971 (in Vorbereitung)

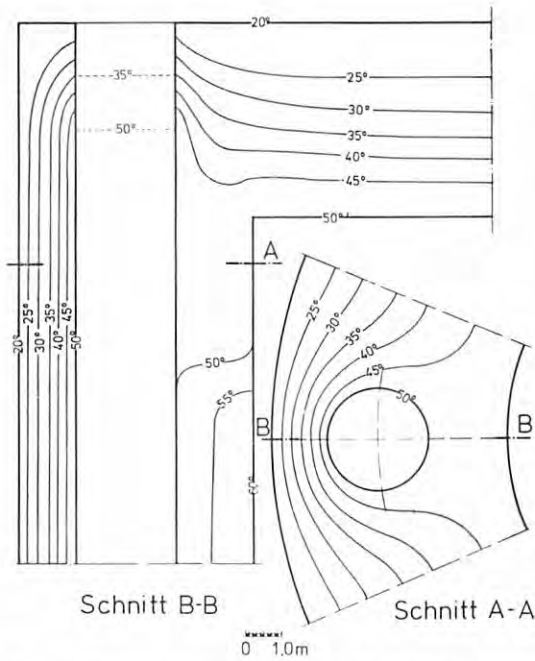


Abb. 1 Temperaturverteilung in einem Spannbeton-Reaktordruckbehälter

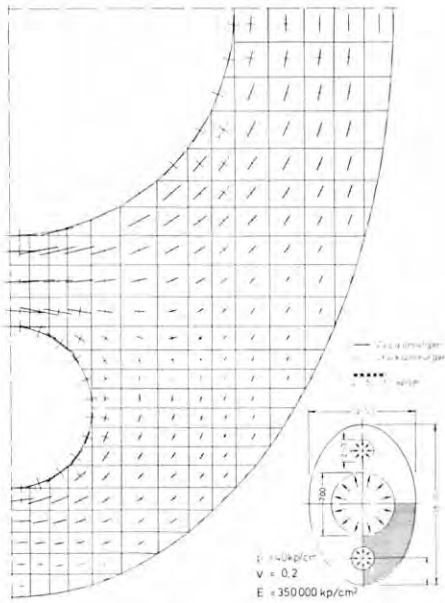


Abb. 2 Hauptspannungen einer elliptischen Scheibe mit kreisförmigen Öffnungen

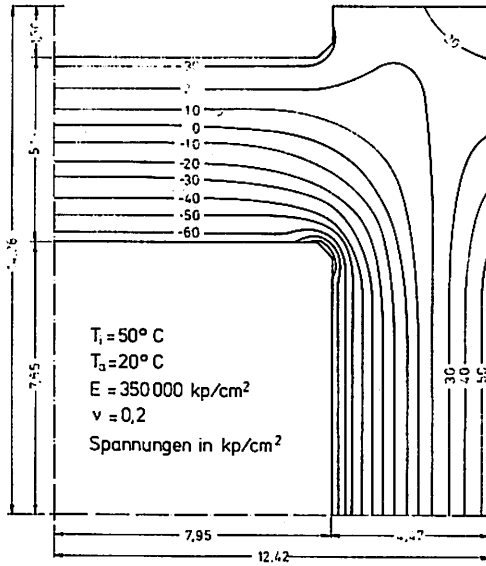


Abb. 3 Temperaturspannungen  $\sigma_\varphi$  eines Spannbeton-Reaktordruckbehälters ohne Kriechen des Betons

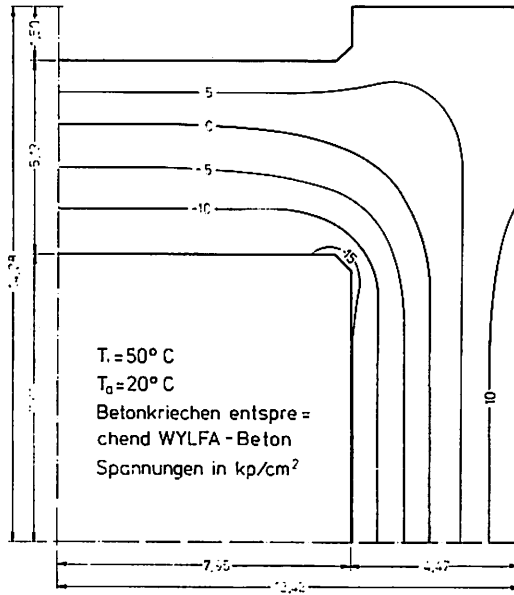


Abb. 4 Temperaturspannungen  $\sigma_\varphi$  eines Spannbeton-Reaktordruckbehälters mit Kriechen des Betons

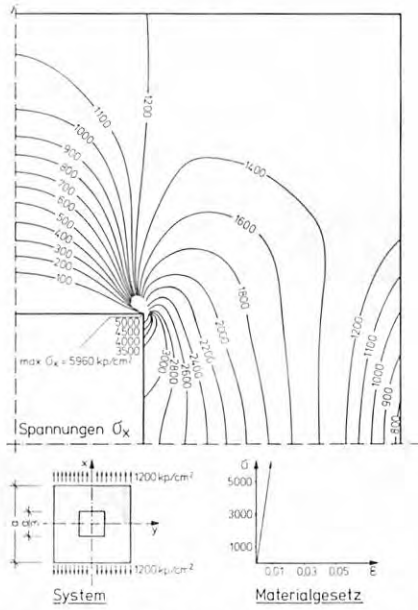


Abb. 5 Scheibe mit quadratischer Öffnung, elastische Lösung

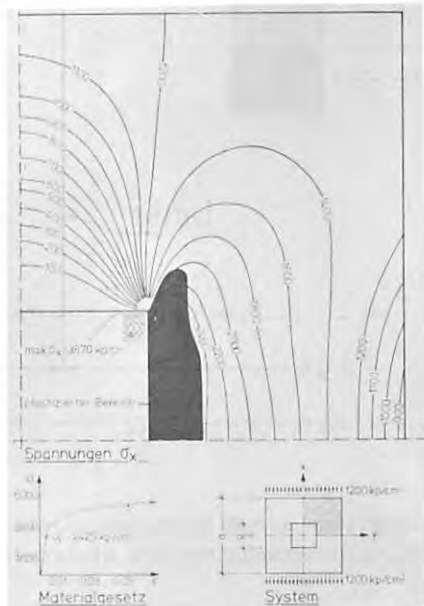


Abb. 6 Scheibe mit quadratischer Öffnung, elasto-plastische Lösung

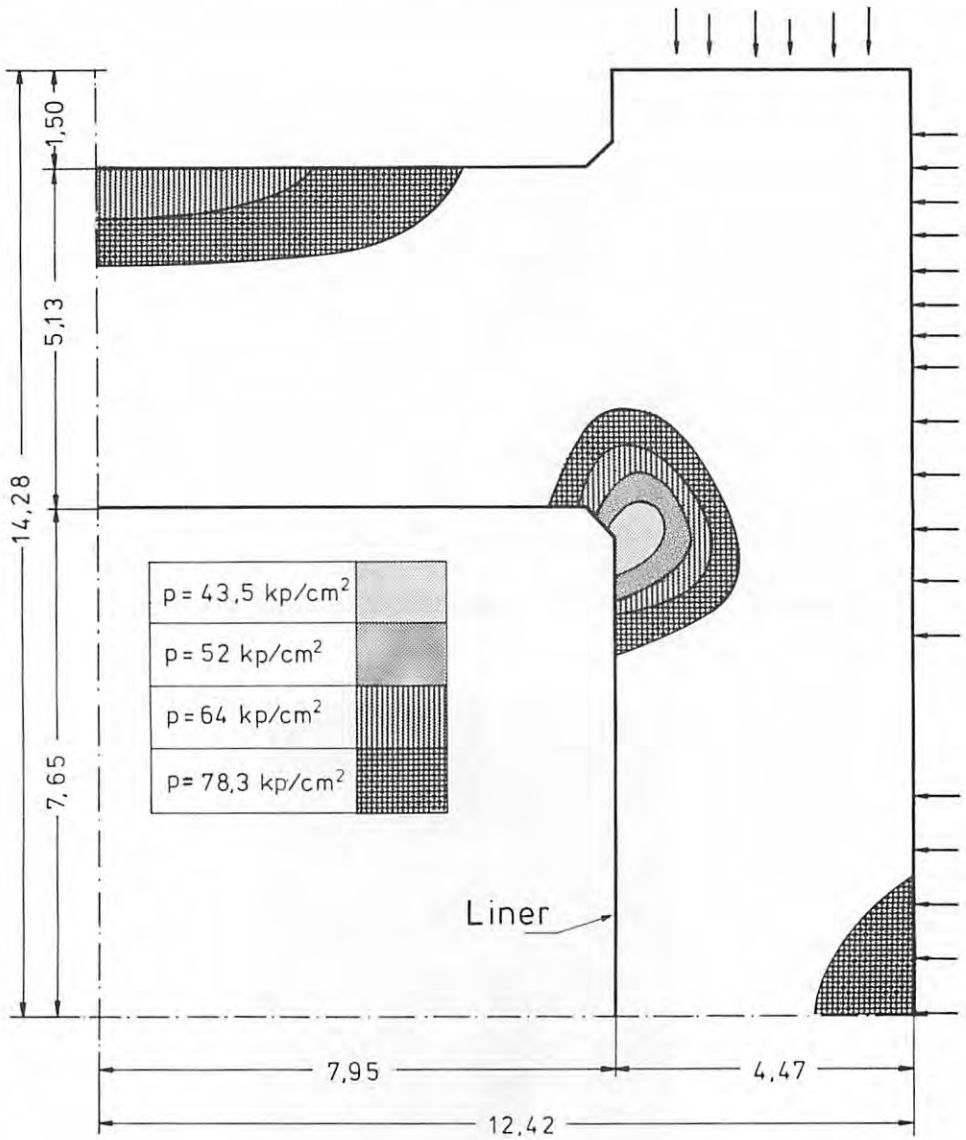


Abb. 7 Ausweitung der Rißbereiche in einem Spannbeton-Reaktordruckbehälter bei steigendem Innendruck

DISCUSSION

A. KRAWIETZ, Germany

Q

Ich habe drei Einwände gegen die dynamische Relaxation und bitte um Ihre Stellungnahme.

1. Sie lösen Gleichungssysteme iterativ. Warum verwenden Sie nicht Eliminationsverfahren? Das geht schneller, und Sie haben keine Konvergenzprobleme. Der Mehrbedarf an Speicherplatte dürfte heutzutage keine Rolle mehr spielen. Dass Eliminationsverfahren gute Ergebnisse liefern, zeigt zum Beispiel der Beitrag M 5/4, Annex 3.
2. Sie ersetzen elliptische Differentialgleichungen durch hyperbolische. Dieses Vorgehen finde ich methodisch ungünstig, vor allem bei Verwendung in der Lehre.
3. Ich bezweifle, dass finite Differenzenverfahren tatsächlich im Stande sind, auch komplizierte Ränder zu behandeln, die nicht mit Parameterlinien zusammenfallen. Ich denke an den Fall einer gelenkig gelagerten Polygonplatte, die sich gänzlich anders als eine entsprechende geometrisch sehr ähnliche Kreisplatte verhält.

A

G. SCHNELLENBACH, Germany

1. Bei der dynamischen Relaxation (DR) ist es nicht erforderlich, das Gleichungssystem direkt aufzustellen. Die Lösung erfolgt durch Anwendung der Differenzgleichungen für jedes Element. Konvergenzprobleme bestehen bei der DR im Gegensatz zu manchen anderen Verfahren auch bei schlecht konditionierten Gleichungssystemen nicht.
2. Der vermeintliche Umweg über die hyperbolischen Differentialgleichungen hat folgende Vorteile:
  - a) mit dem Lösungsweg der DR wird die Aufstellung der Gleichungssysteme vermieden. Der Speicherplatzbedarf für die Berechnung ist geringer.
  - b) es bestehen keine Konvergenz- und Stabilitätsprobleme
  - c) die Erfüllung der Randbedingungen wird gegenüber den üblichen Differenzenverfahren erheblich erleichtert.
3. Nachrechnungen analytischer Lösungen von ebenen Problemen, Vergleiche mit Finite Element Lösungen bei komplizierten Randbedingungen und Gegenüberstellungen mit Modellversuchen haben gezeigt, dass auch komplizierte Randbedingungen zuverlässig erfüllt werden können (auch bei nicht koordinatenparallelen Rändern).