

Computation Results of Large Elastic-Plastic Deformations

O. Debordes

CNRS, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, B.P. 71, F-13277 Marseille Cedex 9, France

A. Morando

Laboratoire de Mécanique des Structures, E.N.S.M., 1 rue de la Noé, F-44072 Nantes, France

RESUME

L'emboutissage cylindrique de certains alliages d'aluminium provoque l'apparition dans la collerette d'instabilités par bandes de cisaillement ; le caractère fortement anisotrope du matériau, ainsi que le faible écrouissage qu'il présente, rendent problématique l'utilisation de courbes limites de formage. Une modélisation numérique par éléments finis, basée sur une écriture eulérienne de loi de comportement élastoplastique en grandes déformations (avec anisotropie initiale et écrouissage isotrope), permet de calculer l'évolution de la collerette. L'utilisation d'un critère d'instabilité proposé par CORDEBOIS aboutit alors à la prédiction d'une zone d'instabilités, ce que confirme l'expérience ; toutefois on s'attend à une autre zone d'instabilités que les résultats numériques ne détectent pas.

1 - INTRODUCTION

L'utilisation croissante, dans le domaine de la mise en forme, d'alliages à haute limite élastique et faible écrouissage peut entraîner l'apparition, au cours d'un processus de formage, d'instabilités locales liées à la plasticité (striction, bandes de cisaillement) indésirables. Dans le cas de géométries complexes ou d'anisotropie du matériau, le trajet de chargement n'est pas radial ou connu a priori, ce qui rend l'utilisation des courbes limites de formage difficile, voire impossible. Une modélisation théorique et numérique est alors nécessaire pour déterminer avec précision les déformations et contraintes durant l'opération de formage, et en déduire (via la connaissance d'une courbe limite de formage ou d'un critère d'instabilité) l'information recherchée ; cette conférence, consacrée plus particulièrement à la modélisation numérique, est illustrée par un problème concret d'emboutissage cylindrique au cours duquel apparaissent des instabilités, très localisées, par bandes de cisaillement.

2 - LE PROBLEME CONCRET ET SA SCHEMATISATION

Il s'agit donc d'un problème d'emboutissage cylindrique (fig. 1) : un flanc est embouti par un poinçon cylindrique tout en restant guidé (pour éviter tout plissement) par la matrice dans sa partie verticale, par la matrice et un serre-flanc dans la partie horizontale. Le matériau constituant le flanc est un alliage d'aluminium au magnésium 5052/H/28, très anisotrope selon les critères de l'emboutissage cylindrique.

Comme le phénomène physique qu'on cherche à appréhender - apparition de bandes de cisaillement - se produit dans la collerette d'emboutissage (partie du flanc située entre matrice et serre-flanc), comme la géométrie initiale présente une symétrie de révolution, et comme le matériau présente initialement trois plans de symétrie matérielle (définis par les directions

orthogonales de laminage DL, transverse DT et normale DN), il suffit de considérer un quart de cette collerette d'emboîtement (fig. 2). L'action du poinçon sur le flanc sera schématisée par une vitesse de déplacement \vec{V} imposée sur le cercle de "rayon matrice", radiale, et d'intensité V constante par rapport au temps et le long de ce cercle ; négligeant la pression exercée par le serre-flanc et le frottement entre la collerette et la matrice et le serre-flanc, nous supposons l'état de contraintes dans la collerette plan. Enfin, nous négligeons tout effet d'anisotropie induite par les déformations plastiques, c'est-à-dire que nous supposons que chaque élément de matière conserve, au cours de l'évolution, trois plans de symétrie matérielle, deux à deux orthogonaux, qui coïncident à l'instant initial avec ceux définis par les directions DL, DT et DN de la tôle.

3 - MODELISATION THEORIQUE

Il s'agit d'écrire les équations du problème ainsi schématisé ; la partie délicate réside dans le choix d'une écriture de loi de comportement en grandes déformations élastoplastiques qui soit physiquement réaliste, et correcte vis-à-vis de la mécanique (invariance, objectivité) et de la thermodynamique. Nous avons retenu celle proposée par SIDOROFF [7] : elle repose d'abord sur le choix de quantités eulériennes pour décrire la cinématique (x : coordonnée spatiale, t : temps, v : vitesse eulérienne, D : taux de déformation, W : taux de rotation) et la sthénique (σ : contraintes de Cauchy), d'où les équations classiques (Ω_t : partie de l'espace occupée par le milieu considéré à l'instant t) pour la cinématique :

$$(1) \quad D(x, t) = \frac{1}{2} (\text{grad} + \text{grad}^T) w(x, t) \quad W(x, t) = \frac{1}{2} (\text{grad} - \text{grad}^T) w(x, t)$$

et l'équilibre (w : vitesses virtuelles compatibles avec les liaisons, supposées parfaites) :

$$(2) \quad \forall w \quad \int_{\Omega_t} \frac{1}{2} [(\text{grad} + \text{grad}^T) w(x)] \sigma(x, t) dx = 0$$

équation dans laquelle on a tenu compte de l'absence de forces extérieures.

Supposant les déformations élastiques petites et les déformations plastiques incompressibles, nous confondons contraintes de Cauchy et contraintes de Kirchoff. Dans le cas d'un matériau orthotrope (obéissant au critère de plasticité de Hill) à écrouissage isotrope (p : paramètre d'écrouissage), la loi de comportement d'une particule a (occupant la position x à l'instant t) est précisée par DOGHI et SIDOROFF [3]. Elle considère les tenseurs \bar{D} , \bar{W} , $\bar{\sigma}$ déduits de $D(a, t) (= D(x, t))$, $W(a, t)$, $\sigma(a, t)$ par la rotation R obtenue par décomposition polaire $F = VR$ du gradient $F(a, t)$ de la transformation faisant passer de la configuration initiale à la configuration actuelle. Les équations sont :

$$(3) \quad \begin{cases} \bar{D} = \bar{D}^e + \bar{D}^p & \bar{D}^e = \Lambda [\dot{\bar{\sigma}} - \bar{W} \bar{\sigma} + \bar{\sigma} \bar{W}] & \dot{\bar{\sigma}}(\bar{\sigma}, p) \leq 0 \\ \bar{D}^p = \lambda \Omega_{\bar{D}}(\bar{\sigma}, p) & \lambda \geq 0 & \lambda \dot{\bar{\sigma}}(\bar{\sigma}, p) = 0 \end{cases}$$

$$(4) \quad \dot{p} = 2 \left[\frac{1}{2} \bar{D}^p \hat{H}^{-1} \bar{D}^p \right]^{1/2}$$

où Λ est l'opérateur de compliance (éventuellement orthotrope), f le critère de Hill :

$$f(\bar{\sigma}, p) = \left[\frac{1}{2} \bar{\sigma} H \bar{\sigma} \right]^{1/2} - R(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ H(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{22})^2 + G(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{33})^2 + F(\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{33})^2 + 2L\bar{\sigma}_{12}^2 + 2M\bar{\sigma}_{13}^2 + 2N\bar{\sigma}_{23}^2 \right\}^{1/2} - R(p)$$

et \hat{H}^{-1} est l'inverse de la restriction \hat{H} de H aux tenseurs déviatoriques.

Les caractéristiques élastiques et plastiques du matériau ont été déterminées par GASPARI [5], qui a aussi effectué une étude semi-expérimentale sur ce sujet, par une méthode de moindres carrés à partir de mesures (limites élastiques, coefficients de Langford) effectuées sur des éprouvettes de traction d'orientation diverse. Le matériau est élastiquement isotrope ($\nu = .3$, $E = 70000$ MPa) et ses caractéristiques plastiques sont définies (en contraintes planes) par

$$H + G = 2.25 \quad H + F = 1.61 \quad H = .89 \quad L = 2.9$$

et le tableau I pour l'écrouissage.

Avec la donnée de conditions initiales (dans l'ignorance de l'état initial du matériau, nous avons pris $\sigma(\cdot, 0) = 0$ et $p(\cdot, 0) = 0$) et aux limites ($v(x,t) = \vec{V}$ en tout point x situé sur le "cercle matrice"), le problème constitué des équations (1) à (4) est un problème d'évolution, a priori bien posé ; la connaissance, au moins approchée, de l'histoire des contraintes $\sigma(a,t)$ de chaque point matériel a , permet alors d'espérer détecter, via une courbe limite de formage, plus généralement un critère, les zones d'instabilités. Nous avons retenu le critère d'instabilité proposé par CORDEBOIS[1] ; il s'énonce :

$$D(\sigma(a,t) + L(\sigma(a,t))) \begin{cases} > 0 & \text{stabilité} \\ \leq 0 & \text{instabilité} \end{cases}$$

où L est une fonction (compliquée) de l'état de contraintes, des caractéristiques élastiques et des coefficients dans le critère de Hill, D étant fonction, en plus, de la courbe d'écroissage.

4 - MODELISATION NUMERIQUE

Après discrétisation spatiale (par éléments finis) et temporelle, on doit résoudre les équations (1) à (4) sur un intervalle de temps, noté $[0, \Delta t]$ pour simplifier. La configuration Ω_0 , l'état de contraintes $\sigma(a, 0)$ et du paramètre d'écroissage $p(a, 0)$ (pour $a \in \Omega_0$) sont donc connus, et on veut calculer les mêmes quantités à l'instant Δt .

Posant classiquement (Δu désigne le déplacement entre 0 et Δt)

$$\Omega_{\Delta t} = \{ a + \Delta u(a), a \in \Omega_0 \}$$

$$(5) \quad u(a, t) = \frac{t}{\Delta t} \Delta u(a) \quad a \in \Omega_0 \quad t \in [0, \Delta t]$$

le problème, non linéaire en Δu , est résolu itérativement (i numéro de l'itération) :

$$(6) \quad \Delta u^{i+1} = \Delta u^i + \delta u^i \quad \Delta u^0 \text{ donnée}$$

où la correction δu^i est calculée de manière à corriger le résidu d'équilibre r^i défini par

$$(7) \quad \forall w \quad \int_{\Omega^i} w r^i dx = \int_{\Omega^i} \frac{1}{2} [(grad + grad^T) w(x)] \sigma^i(x, t) dx$$

le mode de calcul de σ^i étant précisé plus loin. Le choix, CURILLA[2],

$$(8) \quad \Omega^i = \{ a + \Delta u^i(a), a \in \Omega_0 \}$$

assure ainsi qu'à la convergence ($r^i = 0$, dont $\delta u^i = 0$) l'équation (7) n'est autre que l'équation (2) discrétisée spatialement et écrite à l'instant Δt . Le même choix de la configuration Ω^i pour dériver spatialement assure aussi qu'à la convergence on a (v désigne la vitesse eulérienne associée à u défini par (5), F le gradient de la transformation qui fait passer de Ω_0 à $\Omega_{\Delta t}$) :

$$grad w(\Delta t) = \dot{F}(\Delta t) F^{-1}(\Delta t)$$

donc les équations (2) sont aussi satisfaites à l'instant t . Le schéma d'intégration temporelle est donc implicite vis-à-vis des deux premières équations.

Le calcul de σ^i consiste à résoudre, pour chaque point matériel a , les équations (3) et (4) sur $[0, \Delta t]$ lorsqu'on se donne $\sigma(a,0)$, $p(a,0)$, $D^i(a,t)$ et $W^i(a,t)$. En supposant la rotation R constante sur $[0, \Delta t]$ et égale à sa valeur à l'instant 0, les tenseurs $D^i(a,t)$ et $W^i(a,t)$ constants sur $[0, \Delta t]$ et égaux à leur valeur à l'instant Δt , il suffit alors de "tourner" $\sigma(a,0)$, $D^i(a,t)$ et $W^i(a,t)$ de R , de résoudre le système différentiel (3) - (4) ainsi simplifié pour obtenir $\bar{\sigma}^i(a, t)$ et $p(a, t)$, d'où $\sigma^i(a, t)$ en utilisant R^T . L'intégration de ce système différentiel utilise un pas de temps $\Delta \tau \leq \Delta t$ (souvent $\Delta \tau \ll \Delta t$) et un schéma implicite pour l'équation (3), le paramètre d'écroissage étant simplement mis à jour à la fin de chaque petit pas $\Delta \tau$ grâce à (4). Globalement, ce schéma de calcul, mis au point par DROBYSZ [4], est donc "semi-implicite", mais pour le présent problème, qui présente de faibles rotations ($\leq 15^\circ$) et un faible écroissage, il se révèle "presque implicite"...

Enfin la correction u^i , figurent dans (6), est calculée par $K \delta u^i = r^i$

où K est la matrice raideur élastique dans la configuration Ω_0 ; le problème non linéaire en Δu

est donc résolu par une méthode de type "quasi-Newton". De plus l'initialisation Δu^0 du schéma itératif est, pour le présent problème, la solution du pas Δt précédent.

D'un point de vue plus concret, nous avons utilisé trois maillages réguliers (6×6 , 9×9 , 12×12 quadrilatères à 8 noeuds et 4 points d'intégration numérique) du quart de collerette. La difficulté essentielle réside dans les conditions aux limites sur le "cercle matrice" qui évoluent au cours du temps par rapport aux noeuds du maillage ; elle a été résolue en appliquant la vitesse radiale \vec{V} à tous les noeuds situés à moins de 53 mm du centre de la collerette, cette mise à jour étant réalisée à chaque millimètre d'enfoncement du poinçon. De ce fait, le nombre de degrés de liberté diminue sensiblement au cours du temps ; par contre les éléments "avalés" par le poinçon se concentrent en fait près du centre de la collerette et donc se déforment (en fait s'épaississent) beaucoup (jusqu'à 400 %) d'où un temps de calcul important pour résoudre (3) - (4).

Remarque. Utiliser la configuration Ω^1 , définie par (8), pour intégrer et dériver spatialement est d'une extrême simplicité de mise en oeuvre dans le code MEF (origine Université de Technologie de Compiègne) ; le seul aspect "grandes transformations" n'apparaît plus que dans (3).

5 - RESULTATS

Nous donnons ici les résultats pour le maillage régulier en 12×12 éléments (près de 500 noeuds) ; en fait les résultats obtenus avec les trois maillages sont pratiquement identiques, et un calcul avec un maillage 6×6 (133 noeuds) serait suffisant pour ce problème. Sur la figure 3 on trouve le maillage déformé (en fait, seuls les éléments non complètement avalés) pour les enfoncements 5, 10, 15, 20, 25 et 30 mm du poinçon, ainsi que les isovalues -0.001 et $+0.001$ du critère de CORDEBOIS.

Comme ses valeurs extrêmes (tous enfoncements confondus) sont -0.008 et $+0.011$, on peut en déduire que dans la zone intérieure à l'isovaleur -0.001 le critère de CORDEBOIS est sûrement violé, alors que dans la zone intérieure à l'isovaleur $+0.001$ nous dirons qu'il y a risque d'instabilité. Ces zones apparaissent dès le début du poinçonnement, sont situées près du "cercle matrice" entre 0° et 45° de la direction DL, croissent jusqu'à un enfoncement de 20 mm, puis se stabilisent et décroissent après 30 mm d'enfoncement pour disparaître vers 40 mm.

Ces résultats correspondent effectivement [5], [6] à une zone d'instabilité par bandes de cisaillement (ce que ne précise pas le critère de CORDEBOIS), mais elle est plus localisée entre 10° et 30° de la direction DL, et apparaît seulement vers 10 mm d'enfoncement du poinçon (peut-être apparaît-elle plus tôt sans toutefois être perceptible) ; par contre sa disparition coïncide avec celle prédite par les résultats numériques. Toutefois, expérimentalement, il existe une autre zone de bandes de cisaillement (à $60^\circ \sim 70^\circ$ de la direction DL) que le calcul ne détecte pas ; de même il ne prévoit qu'une corne d'emboutissage (soit au total quatre pour la collerette entière) à peu près correctement située, alors que cet alliage présente huit cornes.

6 - CONCLUSION

Si les résultats numériques sont qualitativement encourageants, ils n'en demeurent pas moins encore insuffisants. Les causes peuvent être : a) une certaine inadéquation du critère de Hill pour décrire l'anisotropie initiale (ceci paraît évident dans [5]) ; b) cet alliage étant fortement écroui, la rupture intervient en traction à moins de 10 % d'allongement, d'où des difficultés pour identifier la courbe d'écrouissage isotrope (s'il est isotrope), alors que dans la collerette on atteint des déformations de ~ 100 % ; c) les conditions aux limites prises en compte dans le calcul peuvent ne pas correspondre à la réalité, l'anisotropie jouant un rôle aussi dans la jupe de l'embouti ;

d) expérimentalement, on constate [5] des variations sensibles de texture dans la collerette, ce qui se traduit par une anisotropie induite non négligeable. On peut donc espérer qu'une description plus fine du comportement réel du matériau permette, par la présente modélisation numérique, une prévision plus précise de l'apparition des zones d'instabilités.

BIBLIOGRAPHIE

[1] CORDEBOIS J.P. - "Critères d'instabilités plastiques et endommagement ductile en grandes déformations à l'emboutissage", thèse (Paris VI), 1983
 [2] CURILLA J.L. - "Modélisation numérique des grands déplacements et rotations en mise en forme, application à un problème de poinçonnement profond", thèse DI (Nantes), 1985
 [3] DOGUI A., SIDOROFF F. - "Quelques remarques sur la plasticité anisotrope en grandes déformations", C.R.A.S., t 295, 2, n° 18, 1984
 [4] DROBYSZ S., - "Intégration numérique de lois de comportement et construction automatique de problèmes tests en grandes déformations élastoplastiques", thèse 3ème cycle (Nantes), 1985
 [5] GASPARINI M. - "Contribution à l'étude des bandes de cisaillement, en emboutissage de toles d'un alliage aluminium-magnésium", thèse 3ème cycle Physique des Solides (Paris XI), 1985
 [6] "Compte-rendu résumé des travaux", GIS "Mise en forme", janvier 1985
 [7] SIDOROFF F. - "Incremental constitutive equations for large strain elastoplasticity", Int. J. Engng. Sci., vol 20, n° 1, pp.19-26, 1982

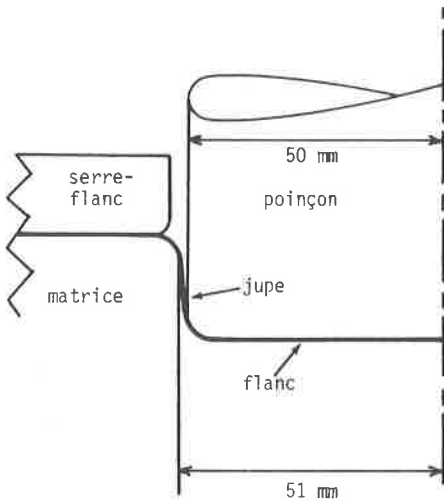


Figure 1 : Schéma du poinçonnement

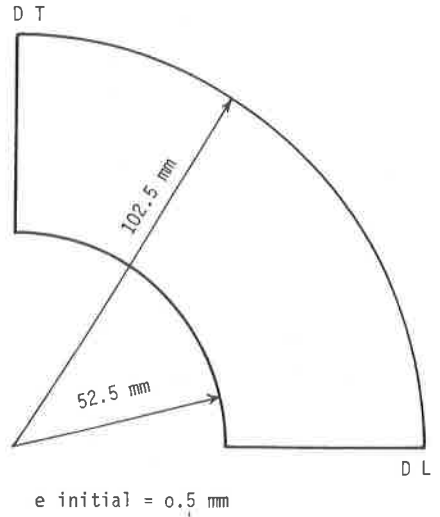


Figure 2 : Quart de collerette

Tableau I

p	0	.0047	.0189	.047	.094	.236	.471	.943
R(p) MPa	274.7	297.	303.3	308.5	313.	320.	326.	332.6

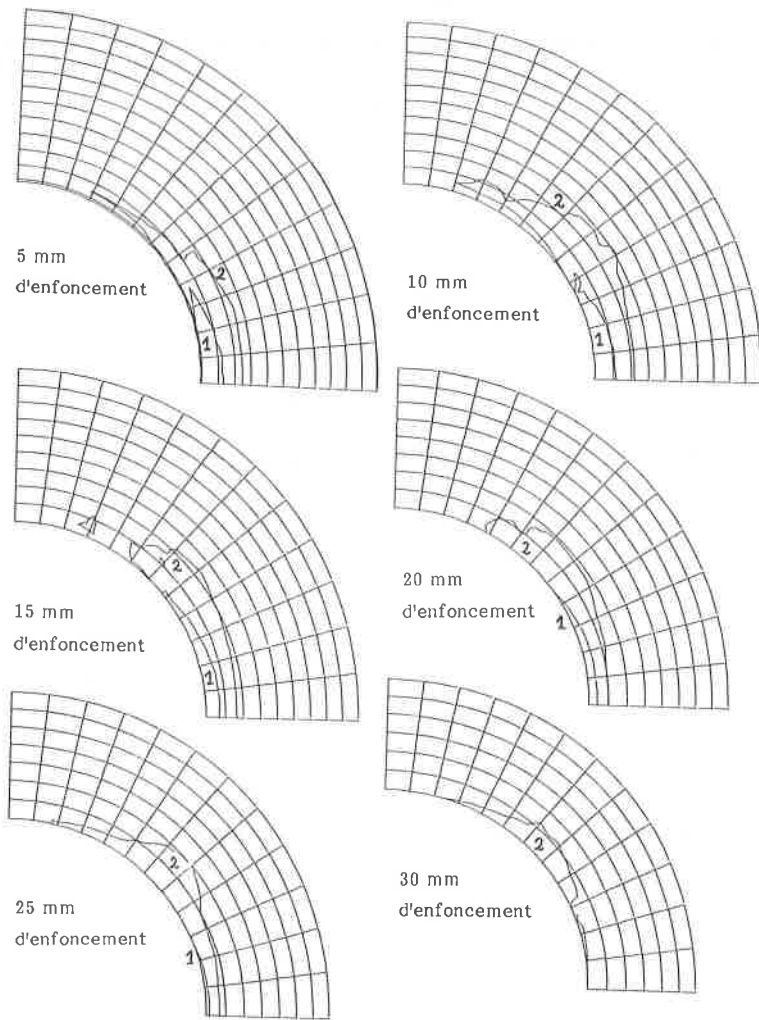


Figure 3 : Isovaleurs (1 : -0.001 ; 2 : +0.001) du critère de CORDEBOIS pour divers enfoncements