

MODELISATION DU CAISSON DU RÉACTEUR DE BUGEY

J.M. BOISSERIE,

*Electricité de France,
Direction des Études et Recherches, Chatou, France*

ABSTRACT

We attained the first phase in the testing of this prestressed concrete pressure vessel in the summer of 1971.

During this phase and in the future of its life, results of careful strain measurements "in situ" will be compared to these of mathematical models.

The thermal properties and the creep of concrete have been simulated.

First results have been obtained.

Pendant son service les déformations et les contraintes d'un caisson de réacteur nucléaire en béton précontraint évoluent de façon complexe. Non seulement le béton a un comportement influençable par l'histoire et la durée des charges, par les niveaux de contraintes atteints par la température et des phénomènes hydro-chimiques complexes mais de plus, la structure est hétérogène par le fait de la présence d'armatures et de la peau d'étanchéité. Enfin la nécessité d'ouvertures importantes comme les sorties de CO_2 , ou nombreuses comme les tubes de chargements perturbent la symétrie de ce comportement.

Parce qu'il est nécessaire d'évaluer à tout moment l'état de cette structure, pour en comprendre le comportement moyen par référence à l'idée qu'en avait le projeteur au moment de la conception, un ensemble d'instruments de mesure aussi complet que possible suit de façon permanente la situation thermo-mécanique de cet important volume de béton.

Le dépouillement de ces mesures montre que les schémas qui idéalisent la structure doivent permettre de représenter :

- les effets de l'inertie thermique de la matière.
- les influences sur la déformabilité locale du matériau de l'histoire des sollicitations thermiques et mécaniques.

Les schémas les plus simples qui permettent d'atteindre ce but sont :

- de type diffusif dans un matériau à capacité thermique pour l'évolution des températures.
- de type visco-élastiques pour l'évolution de la déformabilité de la matière.

Les équations ainsi obtenues ne sont pas intégrables au sens formel du terme de sorte que le recours à une simulation purement numérique sur un ordinateur de grande capacité devient indispensable.

Naturellement ce processus est imparfait parce que la machine à calculer la plus puissante ne permet pas de décrire les interactions de toutes les parties d'une structure non simplement connexe et fortement hétérogène dans un espace à trois-dimensions.

Le pourrait-on que l'incertitude qui demeure sur les propriétés du matériau retirerait une partie de leur intérêt à des résultats obtenus de façon coûteuse.

Tous les calculs que nous effectuons utilisent une méthode du type éléments finis qui permet de surmonter dans des conditions théoriques et pratiques satisfaisantes les difficultés dues à la forme de la structure et à son hétérogénéité.

Nous allons successivement développer le thème des schémas physiques employés et celui de la simulation numériques proprement dite.

LE COMPORTEMENT MATERIEL

L'hypothèse de base dans les processus employés est celle de l'indépendance des évolutions de la température vis-à-vis de l'inertie matérielle, cela est justifié par le fait que les vitesses d'évolution des conditions aux limites de température est petite par rapport à la vitesse de propagation des ondes dans le matériau.

Cette hypothèse permet de traiter séparément le problème thermique et le problème mécanique proprement dit.

L'équation du problème thermique est celle de la conservation de la chaleur qui s'écrit :

$$\operatorname{div} (\lambda (T) \operatorname{grad} T) = \rho C(T) \frac{dT}{dt} \quad \text{eq. (1)}$$

λ = conductibilité thermique du matériau dépendant de la température.

ρ = masse spécifique.

C = capacité thermique volumique dépendant de la température.

t = variable temps.

T = température.

avec comme conditions initiales un champ de température obéissant à :

$$\operatorname{div} (\lambda (T) \operatorname{grad} T) = 0$$

et des conditions aux limites de type :

- a) - température imposée
- b) - flux imposé
- c) - flux proportionnel à un écart de température entre la surface du matériau et le milieu ambiant.

Une fois que les températures sont connues, le comportement matériel est obtenu par l'exploitation de l'équation d'équilibre :

$$\operatorname{div} (\bar{\sigma}) = 0 \quad \text{eq. (2)}$$

$\bar{\sigma}$ = tenseur des contraintes

et celle d'un modèle rhéologique de comportement du matériau.

Ainsi nous remplaçons les relations constitutives de l'élasticité linéaire, linéarisée et isotrope :

$$\begin{aligned} \sigma_{ii} &= k \epsilon_{ii} & k &= \text{module de rigidité à la compression} \\ s_{ij} &= \mu e_{ij} & \mu &= \text{module de rigidité au glissement} \end{aligned} \quad \text{eq. (3)}$$

$\bar{\epsilon}$ = tenseur des déformations
 \bar{s} = déviateur des contraintes
 \bar{e} = déviateur des déformations

par des relations de même type :

$$\begin{aligned} k_1 \sigma_{ii} &= k_2 \epsilon_{ii} \\ \mu_1 s_{ij} &= \mu_2 e_{ij} \end{aligned} \quad \text{eq. (4)}$$

où k, k_2, μ_1, μ_2 sont des opérateurs différentiels de la variable temps obtenus en simulant le comportement temporel de "modèles" rhéologiques à étages.

Nous pourrions avec LEE réf [1] construire formellement ces opérateurs.

Par exemple le modèle de la figure 1 est descriptible par quatre paramètres G_1, G_3 qui sont des modèles élastiques et v_2, v_3 qui sont des viscosités.

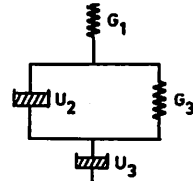


fig. 1

Les relations constitutives de ce modèle sont au nombre de six :

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma &= G_1 \epsilon_1 \\ \sigma &= v_2 \dot{\epsilon}_2 \\ \sigma_G &= G_3 \epsilon_3 \\ \sigma_D &= v_3 \dot{\epsilon}_3 \\ \sigma &= \sigma_G + \sigma_D \\ \epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \end{aligned} \right. \quad \text{avec } \epsilon = \frac{d}{dt} \epsilon \quad \text{eq. (5)}$$

Dans le cas où G_1, G_3, v_2, v_3 sont des fonctions indépendantes du temps et de la température il est possible et seulement dans ce cas d'éliminer $\sigma_G, \sigma_D, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ entre ces six relations de façon à obtenir les opérateurs différentiels k_1, k_2, μ_1, μ_2 de la

variable temps.

On obtient, par exemple, pour le comportement déviatorique

$$\mu_1 \varepsilon_{ij} = \mu_2 \varepsilon_{ij}$$

avec

$$\mu_2 = \left(\frac{d}{dt}\right)^2 + \frac{G_3}{v_3} \left(\frac{d}{dt}\right) \quad \text{eq. (6)}$$

$$\mu_1 = \frac{1}{G_1} \left(\frac{d}{dt}\right)^2 + \left(\frac{G_3}{G_1 v_3} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right) \frac{d}{dt} + \frac{G_3}{v_2 v_3}$$

En continuant d'exploiter l'hypothèse d'indépendance des coefficients du modèle vis-à-vis du temps et de la température nous pourrions obtenir la fonction fluage en faisant $\sigma = \sigma_0 H(t)$

$H(t)$ = fonction d'HEAVISIDE.

$$\varepsilon = \sigma_0 H(t) \left\{ \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_3} \left[1 - e^{-\frac{G_1}{v_3} t} \right] + \frac{1}{v_2} t \right\} \quad \text{eq. (7)}$$

et la fonction de relaxation en faisant

$$\varepsilon = \varepsilon_0 H(t)$$

Soit dans le cas actuel

$$\sigma = \frac{G_1 \varepsilon_0}{K_2 - K_1} H(t) \left\{ \left[K_2 - \frac{G_3}{v_3} \right] e^{-K_2 t} + \left[\frac{G_3}{v_3} - K_1 \right] e^{-K_1 t} \right\} \quad \text{eq. (8)}$$

K_1 et K_2 étant les racines de l'équation du second degré

$$K^2 - \left[\frac{G_3}{v_3} + \frac{G_1}{v_3} + \frac{G_1}{v_2} \right] K + \frac{G_1 G_3}{v_2 v_3}$$

Nous pourrions également construire une relation contrainte déformation du type produit de convolution qui contiendrait l'hypothèse que les lois du modèle sont indépendantes du temps de la température et du niveau des contraintes.

Afin de donner la plus grande généralité au modèle, nous discrétisons directement les équations constitutives (5) ce qui a pour avantages :

- de permettre de traiter un nombre élevé d'étages,
- de rendre les coefficients des lois constitutives dépendantes des facteurs

temps et température.

Pour cela nous décomposons la déformation totale :

$$\epsilon = \sum_{i=1}^{i=N} \epsilon_{el} \quad \text{déformation de chaque étage} \quad \text{eq. (9)}$$

en deux parties :

- la part purement élastique qui est supportée par le ressort "de tête" ϵ_{el}

- la différence

$$\epsilon - \epsilon_{el} = \epsilon_{th V}$$

La condition de minimum de l'énergie s'exprime par $\text{div}(\sigma) = 0$ quelque soient les déformations.

Comme le ressort de tête a une réponse telle que la contrainte $\bar{\sigma}$ qu'il supporte en totalité est liée à la déformation $\bar{\epsilon}_{el}$ par

$$\bar{\sigma} = P \bar{\epsilon}_{el} \quad \text{eq. (10)}$$

avec P opérateur des relations de l'élasticité linéaire,

nous pouvons écrire :

$$\text{div}(P \bar{\epsilon}) = \text{div}(P \bar{\epsilon}_{Th V}) \quad \text{eq. (11)}$$

Le premier membre de cette équation est assimilé à un opérateur H_P opérant sur le déplacement élastique (formulation DEPLACEMENT).

Telles sont les équations que nous intégrons, avec les conditions aux limites correspondantes dans une formulation d'éléments finis de type déplacement.

LA SIMULATION NUMERIQUE

Pour représenter les équations différentielles qui décrivent les comportements thermiques et mécaniques nous devons développer en termes finis des opérateurs différentiels qui portent sur les variables d'espace et la variable temps.

a) - Cas de la variable temps

La discrétisation de la variable temps est du type le plus simple possible.

Elle consiste à remplacer l'opérateur $\frac{d}{dt}$ par :

$$\frac{1}{\Delta t} \left\{ f(t + \Delta t) - f(t) \right\}$$

Cette discrétisation intervient dans l'équation de la chaleur ou nous avons :

$$\Delta t \left\{ A - \rho C \right\} T_{i+1} = \rho C T_i \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} \lambda \text{ conductivité thermique} \\ \rho \text{ densité} \\ C \text{ chaleur spécifique} \end{array}$$

A étant l'opérateur différentiel opérant à un instant donné sur les variables d'espace :

$$A = \text{div} \left\{ \lambda T_{i+1} \text{ grad } T_{i+1} \right\} \quad \text{eq. (12)}$$

L'opérateur $H_T = (A - \rho C)$ est inversible et la relation $T_{i+1} \leftarrow T_i$ est définie. C'est la méthode dite implicite d'intégration des équations paraboliques.

Lorsque la capacité thermique ou la conductivité thermique dépendent de la température l'opérateur H_T doit être inversé à chaque pas de temps. Ce processus n'est économique qu'en situation mono-dimensionnelle.

La même discrétisation est employée dans le traitement du comportement visco-élastique par simulation directe des équations (5). Toute déformation est décrite par :

$$\bar{\epsilon} (T + \Delta t) - \bar{\epsilon}_T = \epsilon(T) \Delta t \quad \text{eq. (13)}$$

b) - Cas des variables d'espace

La discrétisation précédente quoique d'un degré d'approximation faible est employée parce qu'elle est simple et classique pour l'intégration des équations paraboliques et commode pour la simulation visco-élastique.

Pour les variables d'espace nous utilisons une approximation de degré beaucoup plus élevé parce que nous sommes dans l'alternative suivante :

- ou bien, parce que la dépendance des propriétés du matériau vis-à-vis de la température est marquée, nous devons réinverser souvent des opérateurs comme H_T en situation thermique et dans ce cas il y a avantage à avoir le moins de degrés de liberté possible de façon à avoir un temps d'inversion minimum.

- ou bien, nous avons indépendance admissible de λ , C , ρ des coefficients élastiques du premier étage à ressort isolé vis-à-vis de la température. Nous pouvons alors inverser H_T et H_E une fois pour toutes et nous devons avoir des formes produit de ces inverses

aussi "denses" que possible.

Dans les deux cas le recours à des approximations d'ordre élevé pour représenter les opérateurs différentiels continus sur les variables d'espace est utile.

Le procédé que nous employons alors réf. 2 est celui de la matrice de dérivation qui s'accorde avec la méthode des éléments finis.

Nous supposons sur le domaine de l'élément fini la validité d'une représentation de la fonction inconnue $y(\alpha, \beta)$ par l'ensemble de ses valeurs sur des "coupes" d'équation $\alpha = f(\beta)$. Sur chacune de ces coupes la fonction inconnue ne dépend que d'un seul paramètre. Alors il est possible de représenter $y(\alpha, \beta(\alpha))$ par l'utilisation d'une base fonctionnelle orthogonale et complète.

$$\phi = \left\{ \phi_i(\alpha) \right\} \quad 1 \leq i \leq L_1 \quad \text{eq. (14)}$$

et d'une base ponctuelle constitué d'un ensemble de point repérables sur la "coupe" représentée.

$$B = \left\{ \begin{array}{c} \alpha_j \\ \beta(\alpha_j) \end{array} \right\} \quad 1 \leq j \leq L_2 \quad \text{eq. (15)}$$

Si $L_1 = L_2$, A tout couple (ϕ, B) il est possible d'associer une matrice D_i^j qui applique le vecteur constitué par la série des valeurs $y(\alpha_j, \beta(\alpha_j))$ sur le vecteur constitué par la série des valeurs $\frac{dy}{d\alpha}(\alpha_1, \beta(\alpha_1))$

L'utilisation de cette procédure est justifiée par :

- des contrôles qui consiste à résoudre des problèmes aux limites du type elliptique en appliquant aux limites une solution connue à priori du problème et en reconstruisant "numériquement" cette solution.
- par des programmes associés par "dualité" cf. réf. 3. Cette procédure a été employée en dimension 1 seulement pour des raisons pratiques.

PRATIQUE DE LA MODELISATION

La simulation numérique proprement dite est réalisée à l'aide d'un jeu de quatre programmes ayant les possibilités décrites par le tableau suivant :

NOM DU PROGRAMME	TYPE	NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE
MULTI	Mono dimensionnel Thermo-élastique Déplacement et équilibre	300
ELVIS	Mono-dimensionnel Thermo-visco-élastique Déplacement seul	25
RULE ₁	Bi-dimensionnel déplacement axi-symétrique Thermo-élastique	exploité aux environs de 40 000 degrés de liberté.
RULE ₂	Bi-dimensionnel Déplacement axi-symétrique Thermo-visco-élastique	exploité aux environs de 6 000 degrés de liberté.

Ainsi chaque programme visco-élastique est accompagné d'un programme élastique plus puissant servant à vérifier que la modélisation visco-élastique est correcte.

Le programme RULE₁ a généré une forme produit de l'inverse qui est la seule à être exploitée pour divers types de chargement.

Les données des deux programmes visco-élastiques sont aussi compatibles que possible.

La modélisation utilise et réorganise par étapes successives les données du chantier comme l'histoire des températures saisonnières et les relevés de la formation de la précontrainte et celles du Laboratoire comme les résultats des essais sur éprouvettes.

Terminons en donnant les différents paramètres qui ont servi à obtenir ces résultats.

Modèle rhéologique du béton.

Module d'Young $4,5 \cdot 10^6 \text{ t m}^2$
du ressort série

Coefficient de Poisson $0,2$
du ressort série

3 étages (1 ressort et 1 amortisseur par étage)

Ressort	Amortisseur
$30,6 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$	$4,25 \cdot 10^6 \text{ t x mois/m}^2$
$1,75 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$	$136 \cdot 10^6 \text{ t x mois/m}^2$
$0,06 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$	$1760 \cdot 10^6 \text{ t x mois/m}^2$

Les paramètres élastiques des ressorts vieillissent en :

$$E(t) = E(t_0) \log (1,37 + 0,096 (t + t_0))$$

Coefficient de Poisson des 3 étages $0,2$.

Les températures mesurées l'ont été à 15 centimètres des parois.

La capacité calorifique volumique a été prise égale à $0,54476 \text{ thermies/m}^3$ et la conductivité thermique de $0,002 \text{ thermie/h/m}^2/02/m$. La dilatabilité α a été fixée à $8 \cdot 10^6/2C$.

L'histoire de la mise en précontrainte a été simulée.

Les pertes de tension dans les armatures ont été prises égales à :

$$F(t) = 1 - \frac{30}{F_0} \left(1 - e^{-1,369 \cdot 10^{-2} t} \right)$$

La précontrainte axiale a été calculée sur la base de 1320 câbles se relaxant de cette façon.

Nous avons représenté les résultats en termes de déformations circonférentielles sur la figure 2.

CONCLUSION

Si l'ensemble est satisfaisant en ce qui concerne l'extrados et le milieu de la jupe il n'en est pas de même à l'intrados.

L'explication de ce désaccord réside dans le fait que la jupe a été coulée en deux parties. D'abord une épaisseur de béton de 70 centimètres environ a recouvert la peau d'étanchéité et ses ancrages. Ensuite le reste de la jupe a été coulé.

L'analyse spéciale de ce phénomène à l'aide du programme MULTI avec des hypothèses d'hétérogénéité, peau d'étanchéité prise en compte, a montré que le modèle élastique seul ne suffit pas à expliquer le phénomène.

La modélisation de cet ouvrage sera donc une entreprise d'assez longue durée nécessitant un raffinement progressif des hypothèses de calcul.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] LEE Stress distribution Analysis for Linear Viscoelastic Materials
IUTAM COLLOQUIUM STANFORD (Californie) 1960
Creep in Structures.

- [2] BOISSERIE Generation of two and three dimensional Finite Element-International
Journal for Numerical Methods in Engineering
WILEY and SONS Editor - Volume 3 n° 2

- [3] SYNGE The Hypercircle Method in Mathematical Physics -
Cambridge University Press 1957

- [4] LIDA Eléments d'interprétation pour les mesures effectuées dans la partie
centrale du fût du caisson de Bugey I pendant la précontrainte -
Rapport E.D.F. - Février 1971



CAISSON DE BUGEY 1 : EVOLUTION DES DEFORMATIONS CIRCONFERENCELLES A MI-HAUTEUR DU CAISSON • FIG :