

**MECHANISCHE AUSWIRKUNGEN EINER
BRENNSTOFF-NATRIUM-WECHSELWIRKUNG AUF DIE
TANKSTRUKTUREN DES SNR-300
BEI EINER HYPOTHETISCHEN LEISTUNGSEXKURSION**

K. DOERBECKER

*Abteilung Sicherheit und Kernausslegung,
INTERATOM, Internationale Atomreaktorbau GmbH, D-506 Bensberg/Köln, Germany*

SUMMARY

During a hypothetical power excursion of a sodium-cooled breeder reactor the hot fuel possibly will heat up the liquid sodium by heat conduction and radiation and vaporize it. This vaporization and the moving of masses will lead to high pressures locally and generate pressure waves which accelerate the tank structures inducing strains and stresses in them.

To calculate the pressure generation the code BNR was developed, while for the computation of the mechanical response of the tank structures the code ARES, similar to ANL's REXCO, was used.

1. *The ARES code*

ARES solves the partial differential equations of hydrodynamic and elastic-plastic flow in cylindrical coordinates with symmetry about the z-axis by a finite element method. If the initial coordinates, velocities, densities and stresses of a Lagrangian grid together with pertinent boundary conditions and an eventual energy source are known, ARES computes the displacements, velocities and the stress tensor at all later times. The calculation of the stress tensor is achieved by an equation of state for each material used and a yield and fracture criterion for solid material.

For the calculations described below, a newly developed version (ARES-II) of ARES using shell and plate theory for the structures was used.

2. *Fuel-coolant-interaction code BNR*

To calculate the pressure generation by the coolant-fuel-interaction (CFI) in the reaction zone an algebraic system of equations for the variables temperature, specific volume and specific enthalpy of the participating materials (fuel, coolant, steel, fission gas) and a common pressure are solved. This system of equations consists of the equations of state of the various materials and some heat transfer equations. Because of the system's high nonlinearity it has to be solved iteratively by a Newton-Raphson method and if this does not converge (because of the discontinuous partial derivatives at the phase boundaries) an optimization method is switched on automatically which will lead to convergence.

3. *Examples*

The method described is used to calculate the mechanical strains and stresses in the structures of the MOL-7C-Experiment (which serves for the simulation of a severe power excursion of the SNR-300) and of a hypothetical power excursion of the SNR-300.

Im Kern eines Schnellen Natriumgekühlten Brutreaktors kann es unter hypothetischen Annahmen bestimmter Einleitungsstörfälle zu einer überpromptkritischen Exkursion kommen. Dabei kann der Brennstoff innerhalb weniger Millisekunden sich auf Temperaturen über seine Schmelztemperatur erhitzen und durch seine Wärmeausdehnung und seinen Dampfdruck zu hohen Drucken im Brennstab führen. Durch diese starken Temperatur- und Druckeinwirkungen versagt die Stahlhülle des Brennstabs und der heiße Brennstoff kommt mit dem noch kalten Natrium in Berührung: es entsteht eine Brennstoff-Natrium-Reaktion (BNR), in deren Verlauf durch den Wärmeübergang vom Brennstoff an das Natrium hohe Temperaturen im Natrium und durch die Kompression der gesamten Mischung hohe Drucke entstehen.

Die nachfolgende Druckausbreitung induziert in den Tankstrukturen Dehnungen und Spannungen, deren Kenntnis zur Beurteilung der Tankintegrität bei Sicherheitsbetrachtungen von Wichtigkeit ist.

Zur Beschreibung des Druckaufbaus aus gegebenen Anfangsbedingungen und einer zeitlich variablen Wärmequelle im Brennstoff, (die aus einem Disassembly-Code wie z.B. VENUS /⁻1₇ gewonnen werden muß), wurde das Programm BNR entwickelt. Der Wärmeübergang Brennstoff-Natrium besteht hier aus einem durch Wärmeleitung im Na-Dampf und Wärmestrahlung modifizierten Cho-Ivins-Wright-Modell /⁻2₇. Während jedoch im eindimensionalen Cho-Ivins-Wright-Modell die Druckentlastung nur in axialer Richtung wirkt, wird hier die hydrodynamische Rückwirkung der Reaktionsumgebung auch in radialer Richtung voll berücksichtigt und trägt zu einer realistischeren Einschätzung des Unfalls bei. Diese Berücksichtigung der Kernumgebung wird dadurch erreicht, daß BNR in das Programm ARES /⁻3₇ integriert, die zum Druckaufbau notwendigen Zustandsvariablen der Volumenelemente des Kerns berechnet und ARES gleichzeitig die Druckausbreitung im Reaktortank, sowie die dadurch entstehenden Dehnungen und Spannungen in den Tankstrukturen beschreibt.

1. Programm ARES

ARES dient zur Lösung eines Anfangswertproblems der Hydrodynamik und der elastisch-plastischen Verformung, für welches die entsprechenden Randbedingungen auf der Oberfläche des zu berechnenden Bereichs vorgegeben sind. Das Programm berechnet in Zylinderkoordinaten in endlichen Zeitschritten die Zustände zu späteren Zeiten aus einem anfangs gegebenen Zustand. Der zu berechnende Bereich muß Zylindersymmetrie besitzen, wodurch sich die Abhängigkeit der zu berechnenden Variablen von drei Koordinaten auf die zwei Koordinaten r und z vereinfacht.

In der hier verwendeten Version ARES-II von ARES werden die Strukturen durch Schalentheorie beschrieben. Dabei wird in Richtung der Schalennormale die Schallgeschwindigkeit als unendlich groß angenommen, wodurch der Zeitschritt nicht mehr durch die feine Gitteraufteilung der Strukturen bestimmt wird, was sich in einer drastischen Reduzierung der Rechenzeit gegenüber ARES (I) bemerkbar macht.

2. Programm BNR

Zur Berechnung des Druckaufbaus im Kern eines schnellen Brutreaktors während einer BNR müssen für jedes der beteiligten Materialien (Brennstoff, Natrium, Stahl, Spaltgase) die mittleren Werte der thermodynamischen Variablen spezifische Enthalpie, Temperatur, spezifisches Volumen und ein gemeinsamer Druck definiert sein. Dies gilt besonders für den Anfangszustand, (der dem Betriebszustand oder besser dem Einleitungsstörfall entspricht), aus welchem letztlich die Variablen für jedes Volumenelement in der Reaktionszone zu allen späteren Zeitschritten berechnet werden.

Betrachtet man ein bestimmtes Volumenelement des n ten Zeitschritts, so gilt für die thermodynamischen Variablen ein nichtlineares Gleichungssystem, das aus den Zustandsgleichungen der einzelnen Materialien und Gleichungen für Wärmeübergang und Massenerhaltung besteht.

Brennstoff und Natrium können sich nun während des betrachteten Zeitschritts in den Aggregatzuständen fest, flüssig, gasförmig, überkritisch befinden, oder als Zweiphasensystem fest-flüssig, fest-gasförmig oder flüssig-gasförmig vorliegen (abgesehen vom Tripelpunkt). Um entscheiden zu können, welche Zustandsgleichung für welches Material verwendet werden soll, muß zunächst entschieden werden, in welchem Aggregatzustand sich jedes Material befindet. Hierzu seien die spezifischen Volumina $\bar{v}^{gas}(T)$, $\bar{v}^{fest}(T)$ und $\bar{v}^{fl}(T)$ des Gases, des Festkörpers bzw. der Flüssigkeit auf der Sublimationskurve, auf der Dampfdruckkurve $\bar{p}_{Dampf}(T)$, bzw. auf der Schmelzkurve $\bar{p}_{Schm}(T)$ bekannt.

Aus den Werten p, v, T des vorhergehenden Iterationsschritts können dann die x -Werte der Qualität berechnet werden, z.B. für einen Zustand in der Nähe der Dampfdruckkurve

$$x_{Dampf} = \frac{v - \bar{v}^{fl}(T)}{\bar{v}^{gas}(T) - \bar{v}^{fl}(T)}$$

und ähnliche Ausdrücke für x_{Schm} und x_{Sub} in der Nähe der Sublimations- und Schmelzkurve. Diese x -Werte bestimmen nun den Zustand p, v, T eindeutig. Denn, betrachten wir wieder einen Zustand in der Nähe der Dampfdruck-

kurve, so folgt aus der Definition der Qualität die Zuordnung

$$\begin{aligned} \text{flüssig} &\longleftrightarrow x \leq 0 \\ \text{flüssig-gasförmig} &\longleftrightarrow 0 < x < 1 \\ \text{gasförmig} &\longleftrightarrow 1 \leq x \end{aligned}$$

Dies kann für alle vorkommenden Zustände verallgemeinert werden.

Zur Bestimmung der Variablen Druck, Temperatur, spezifisches Volumen

und spezifische Enthalpie $p, T_F, v_F, h_F, T_{Na}, v_{Na}, h_{Na}, v_{ss}$

und v_{gas} für die Materialien Brennstoff (F), Natrium (Na), Stahl (ss) und Spaltgase (gas) gelte nun folgendes Gleichungssystem:

1. Zustandsgl. des Brennstoffs

a. fest: $v_F = v_F^{fest}(p, T_F)$ (1a)

$$h_F = h_F^{fest}(p, T_F) \quad (2a)$$

b. fest-flüssig: $(T_F^{sm} = \text{Schmelztemperatur})$

$$T_F = T_F^{sm} \quad (1b)$$

$$[v_F - \bar{v}_F^{fest}(p)] [\bar{h}_F^{ll}(p) - \bar{h}_F^{fest}(p)] = [\bar{v}_F^{ll}(p) - \bar{v}_F^{fest}(p)] [h_F - \bar{h}_F^{fest}(p)] \quad (2b)$$

c. flüssig:

$$v_F = v_F^{ll}(p, T_F) \quad (1c)$$

$$h_F = h_F^{ll}(p, T_F) \quad (2c)$$

d. flüssig-gasförmig:

$$p = \bar{p}_F^{wvp}(T_F) \quad (\bar{p}_F^{wvp} = \text{Dampfdruckkurve}) \quad (1d)$$

$$[v_F - \bar{v}_F^{ll}(T_F)] [\bar{h}_F^{gas}(T_F) - \bar{h}_F^{ll}(T_F)] = [h_F - \bar{h}_F^{ll}(T_F)] [\bar{v}_F^{gas}(T_F) - \bar{v}_F^{ll}(T_F)] \quad (2d)$$

e. gasförmig:

$$p v_F = \bar{p}_F^{wvp}(T_F) \cdot \bar{v}_F^{gas}(T_F) \quad (1e)$$

$$h_F = h_F^{gas}(p, T_F) \quad (2e)$$

2. Zustandsgl. Natrium:

Hier werden dieselben Gln. wie für Brennstoff mit der Ersetzung

$$v_F \rightarrow v_{Na}, \quad h_F \rightarrow h_{Na}, \quad T_F \rightarrow T_{Na}, \quad \text{etc. verwendet.} \quad (3, 4)$$

3. Zustandsgl. Stahl:

Anstatt thermodynamischer Gleichungen wie für Brennstoff und Natrium

wird hier nur die Druckabhängigkeit durch die Murnaghangl.

$$v_{ss} = v_{ss}^{fest}(p) \quad (5)$$

berücksichtigt.

4. Zustandsgl. Spaltgase:

Hier wird auch nur druckabhängig

$$p \cdot v_{gas}^{re} = p^{(0)} v_{gas}^{(0)re} \quad (6)$$

mit dem Anfangszustand $p^{(0)}, v_{gas}^{(0)}$ gerechnet.

5. Volumengl.

Das Gesamtvolumen V des betrachteten Volumenelementes setzt sich aus den Teilvolumina der darin enthaltenen Materialien zusammen.

$$V = \sum_i m_i v_i \quad (7)$$

Mit den Massen m_i und $i = F, Na, ss, gas$.

6. Wärmeübergang Brennstoff \leftrightarrow Natrium

$$\Delta h_F^{(m+\frac{1}{2})} = -\Delta q_{F \rightarrow Na}^{(m+\frac{1}{2})} + v_F^{(m+\frac{1}{2})} \Delta p^{(m+\frac{1}{2})} + \Delta q_{nuct}^{(m+\frac{1}{2})} \quad (8)$$

$$\Delta h_{Na}^{(m+\frac{1}{2})} = \Delta q_{F \rightarrow Na}^{(m+\frac{1}{2})} + v_{Na}^{(m+\frac{1}{2})} \Delta p^{(m+\frac{1}{2})} \quad (9)$$

Die in (1-9) vorkommenden Funktionen und Konstanten seien hier näher erklärt: Zunächst seien die spezifischen Volumina und spezifischen Enthalpien $\bar{v}^{fl}(T)$, $\bar{v}^{gas}(T)$, $\bar{v}^{fest}(T)$, $\bar{h}^{fl}(T)$, $\bar{h}^{gas}(T)$, $\bar{h}^{fest}(T)$ der gesättigten Flüssigkeit, des Gases und des Festkörpers auf der Dampfdruckkurve $\bar{p}^{vap}(T)$ und der Sublimationskurve $\bar{p}^{sub}(T)$ für Brennstoff und Natrium bekannt. Analytische Näherungsformeln wurden z.B. von ANL in [4, 5, 7] veröffentlicht. Aus diesen nur temperaturabhängigen Funktionen läßt sich die Druckabhängigkeit des spezifischen Volumens für Festkörper und Flüssigkeit durch die Murnaghangl.

$$v(p, T) = \bar{v}(T) \left[1 + \frac{p - \bar{p}(T)}{B_0(T)} B_0'(T) \right]^{-\frac{1}{B_0'}} \quad (10)$$

mit dem Kompressionsmodul $B_0(T) = B(p=0, T)$ und dessen Druckableitung $B_0'(T)$ für $p=0$ ausdrücken.

Die spezifischen Enthalpien berechnen sich dagegen aus

$$dh = c_p(p, T) dT + v(1 - T\alpha_p) dp \quad (11)$$

durch Integration längs einer Isotherme $dT=0$

$$\int dh = (1 - T\alpha_p) \bar{v}(T) \int_{\bar{p}(T)}^p dp \left[1 + \frac{p - \bar{p}(T)}{B_0(T)} B_0'(T) \right]^{-\frac{1}{B_0'}} \quad (12)$$

wenn $\alpha_p = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$ unabhängig vom Druck ist. Damit wird:

$$h(p, T) = \bar{h}(T) + (1 - T\alpha_p) \bar{v}(T) \frac{B_0'(T)}{B_0' - 1} \left\{ \left[1 + \frac{p - \bar{p}(T)}{B_0(T)} B_0'(T) \right]^{1 - \frac{1}{B_0'(T)}} - 1 \right\} \quad (13)$$

Ähnliche Ausdrücke für $v(p, T)$ und $h(p, T)$ lassen sich auch für den gasförmigen Bereich finden.

Der Wärmefluß $\frac{\Delta q_{F \rightarrow Na}}{\Delta t}$ von Brennstoff an Natrium zerfällt in einen Wärmeleitungs- und Strahlungsanteil

$$\frac{\Delta q_{F \rightarrow Na}}{\Delta t} = h A (T_F - T_{Na}) + \epsilon A (T_F^4 - T_{Na}^4), \quad (14)$$

wobei h und b effektive Wärmeübergangskoeffizienten für Leitung bzw. Strahlung darstellen und

$$A = A_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_{mix}}\right) \right] \quad \text{mit } A_0 = \frac{3w}{\rho_F R_F} \quad (15)$$

und der Mischungszeit t_{mix} die Wärmeübergangsfläche nach Cho et.al. [2] darstellen. Hier ist R_F der Partikelradius, w das Massenverhältnis Brennstoff zu Natrium und ρ_F die Brennstoffdichte. Der Wärmetransferkoeffizient h wird aus den Koeffizienten h_F und h_{Na} für Brennstoff und Natrium gemittelt

$$h = \frac{h_F \cdot h_{Na}}{h_F + h_{Na}} \quad (16)$$

wobei

$$h_F = \frac{k_F}{\sqrt{\pi} \alpha_F t} + \frac{k_F}{R_F} \quad \text{mit } \alpha_F = \frac{k_F}{C_F \rho_F} \quad (17)$$

aus Cho et.al. [2] verwendet wurde, jedoch für Natrium

$$h_{Na} = \begin{cases} \frac{k_{Na}(T)}{R_F} & \text{für flüssig oder gasförmig} \\ \frac{k_{Na}(T)}{R_F} \cdot \frac{R_F+d}{d} & \text{flüssig-gasförmig gemischt} \end{cases} \quad (18)$$

gesetzt und im gemischten Fall eine Gasfilmschicht der Dicke d um die Brennstoffpartikel mit Radius R_F angenommen wurde. Der Wärmestrahlungskoeffizient b zwischen einem Brennstoffteilchen und dem es umgebenden Natrium berechnet sich zu

$$b = \frac{\sigma_s}{\frac{1}{\epsilon_F} + \left(\frac{R_F}{R_F+d}\right)^2 \left(\frac{1}{\epsilon_{Na}(T)} - 1\right)} \quad (19)$$

mit der Stefan-Boltzmannkonstante σ_s und den Emissivitäten ϵ_F des Brennstoffs und $\epsilon_{Na}(T)$ des Natriums.

Zu Gl. (8) und (9), ist noch nachzutragen, daß mit $\Delta h^{(n+\frac{1}{2})}$ die spezifische Enthalpieänderung, mit

$$\Delta p^{(n+\frac{1}{2})} = p - p^{(n)} \quad (20)$$

die Änderung des Druckes und mit $\Delta q_{nuc}^{(n+\frac{1}{2})}$ die nukleare Energiefreisetzung im Brennstoff während des betrachteten $n + \frac{1}{2}$ ten Zeitschritts bezeichnet wurden.

Das algebraische Gleichungssystem (1-9) für die thermodynamischen Variablen p , T_F , v_F , h_F , T_{Na} , v_{Na} , h_{Na} , v_{ss} und v_{gas} muß wegen seiner Nichtlinearität iterativ durch eine Newton-Raphson-Methode [6,7] gelöst werden. Falls diese Methode wegen der unstetigen partiellen Ableitungen an den

Phasengrenzen nicht konvergiert, wird auf eine Optimierungsmethode umgeschaltet, die den Ausdruck $\sum_{i=1}^n f_i^2$ zu einem Minimum macht, wenn unter $f_i(x_k) = 0$ das oben beschriebene Gleichungssystem verstanden wird.

3. Anwendungen

Der beschriebene ARES-BNR-Code wurde zur Berechnung des Druckaufbaus in der Reaktionszone, der Druckausbreitung und der Bestimmung der Dehnungen und Spannungen in den Strukturen des MOL-7C-Experiments und einer hypothetischen Leistungsexkursion des SNR 300 benutzt.

3.1 MOL-7C-Experiment

Das MOL-7C-Experiment dient zur Simulation einer schweren Leistungsexkursion des SNR 300. Zu diesem Zweck wird ein Testbündel von Brennstäben, umgeben von einem einschließenden Druckrohr und einem kompletten Natrium-Loop, in den BR2-Testreaktor eingebaut. Der Reaktor wird dann so hoch gefahren, daß der Brennstoff zu schmelzen beginnt und eine BNR stattfindet. Die resultierenden Drucke und Temperaturen in der Reaktionszone sowie die Dehnungen des umgebenden Rohres wurden mit dem beschriebenen Code unter pessimistischen Annahmen vorausberechnet.

Dazu wurde das Testbündel und ein Teil des Natrium-Loops durch ein Lagrangegitter bestehend aus $5 * 31$ Gitterpunkten beschrieben (Bild 1). Die Reaktionszone umfaßte $2 * 4$ Volumenelemente, worin die Brennstofftemperatur und die Natriumtemperatur anfangs 3090 K bzw. 1160 K betrug. Die BNR beginnt bei $t=0$ mit einer Mixingzeitkonstante von $t_{mix} = 0$ und einem Brennstoffteilchenradius von $R_F = 120\mu$.

Die berechneten Brennstoff- und Natriumtemperaturen sind in Bild 2 für die drei innersten Volumenelemente aufgezeichnet. Während T_p außer einem Halt am Schmelzpunkt stetig abfällt, steigt T_{Na} bis ca. 2250 K an, um dann auf Grund der Expansion der Volumenelemente auch abzufallen.

Der zeitliche Druckverlauf im innersten Volumenelement ist in Bild 3 zu sehen. Hier zeigen die Spitzen komprimiertes flüssiges Natrium an, während die glatten Kurvenstücke auf verdampfendes Natrium hinweisen.

Die von diesem Druck induzierten Dehnungen ϵ_{qp} in dem die Reaktionszone umgebenden behälterartigen Rohr sind in Bild 4 zu sehen. Auffallend sind die schnellen Oszillationen infolge der hohen Eigenfrequenzen dieses dickwandigen engen Rohres.

SNR 300

Obwohl eine einleitende Reaktivitätsrampe von einigen $\%$ /sec nicht auf eine denkbare hypothetische Unfallkette zurückzuführen ist, wurde in [7] ein hypothetischer Störfall für den SNR 300 mit einer einleitenden Reaktivitätsrampe von 5 $\%$ /sec mit SAS2A und VENUS durchgerechnet. Ausgehend von den Anfangsbedingungen für VENUS wurde mit ARES + BNR der Druckaufbau durch die aus VENUS gewonnene Leistungsverteilung im Kern und die Druckausbreitung sowie die Beanspruchung der Strukturen des SNR-Tanks über eine Zeit von 20 ms verfolgt.

Dazu wurde der SNR-Reaktortank durch ein Lagrangegitter in 12×42 Volumenelemente unterteilt. Die Reaktionszone umfaßte 3×4 Volumenelemente. Dort fand BNR statt mit den Parametern $t_{mix} = 10$ ms und einem Partikelradius von $R_F = 120 \mu$. Durch die in ca. 2,3 ms zugeführte Exkursionsenergie von 2080 MJ steigt die Brennstofftemperatur bis auf maximal 4540 K an, um dann infolge der Wärmeübertragung an das Natrium wieder abzufallen. Der Temperaturverlauf bis 16 ms in Brennstoff und Natrium für 6 verschiedene Volumenelemente ist in Bild 5 zu sehen. Die maximale Natriumtemperatur von 2700 K wird nach 6 ms erreicht.

Die Temperaturerhöhung in Natrium liefert über Kompressibilität bzw. Dampfdruck einen Druckverlauf, wie er in Bild 6 für 3 Volumenelemente auf der Coremittelebene gezeigt ist. Die sich radial und axial ausbreitende Druckverteilung bewirkt dann elastisch-plastische Verformungen der Tankstrukturen, die bis ca. 30 ms ebenfalls von ARES berechnet werden können, jedoch danach wegen zu langer Rechenzeiten und zu starker Deformation des Lagrangegitters einfacher mit dem INTERATOM-Code DRAP [8] berechnet werden.

4. Literatur

- [1] W.T. Sha + T.H. Hughes, ANL-7701 (1970)
- [2] D.H. Cho, R.O. Ivins + R.W. Wright, ANL-7919 (1972)
- [3] K. Doerbecker, Reaktortagung Hamburg (1972) p. 133-136
- [4] R.M. Crawford, ANL-RDP 12 (1972) p. 9.7
13 (1973) p. 9.5
- [5] A. Padilla, ANL-RDP 14 (1973) p. 9.10
- [6] T.J. Marciniak, ANL-(RDP) 7798 (1971) p. 137
- [7] G. Heusener et.al. Proc. Int. Conf. on Engineering of Fast Reactors for Safe and Reliable Operation, Karlsruhe, Okt. 9-13, 1972, p. 1235
- [8] L. Lange, Interatom-Arbeitsbericht 69/2, Jan. 1969

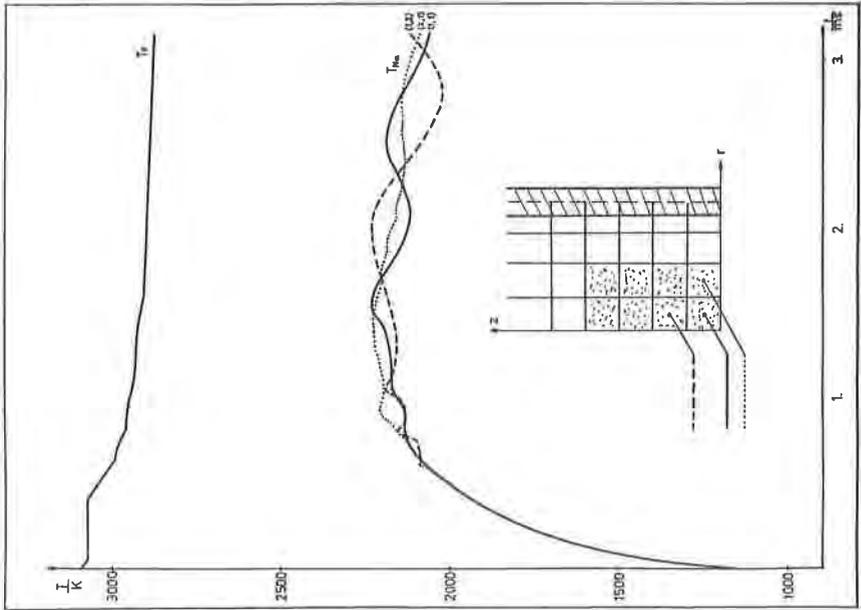


Bild 2: Temperaturen für Brennstoff und Natrium in den drei innersten Volumenelementen des MOL-7C-Experiments.

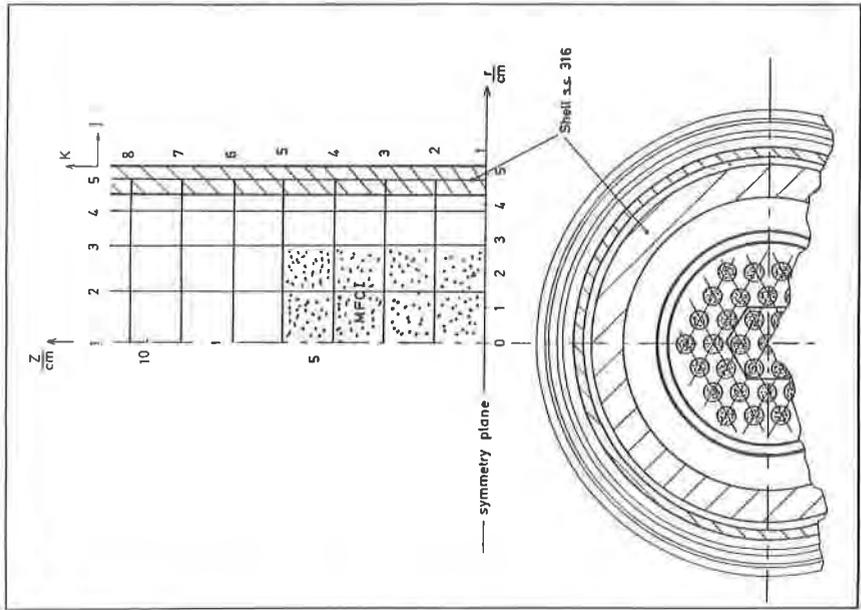


Bild 1: Die Reaktionszone und ein Teil des MOL-7C-Loops wird durch ein 5 * 31 Punkte umfassendes Lagrangegitter nachgebildet.

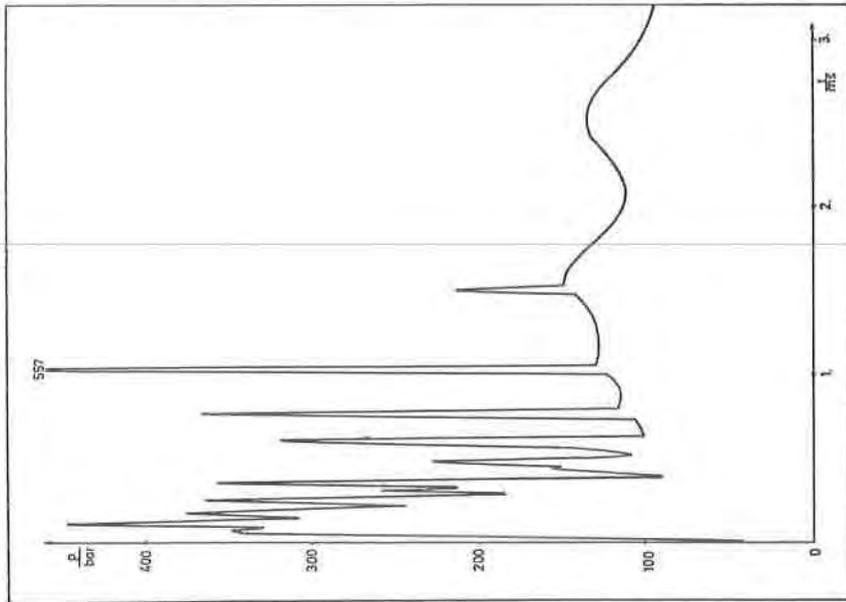


Bild 3: Druckverlauf im Zentrum der Reaktionszone
des MOL-7C-Experiments.

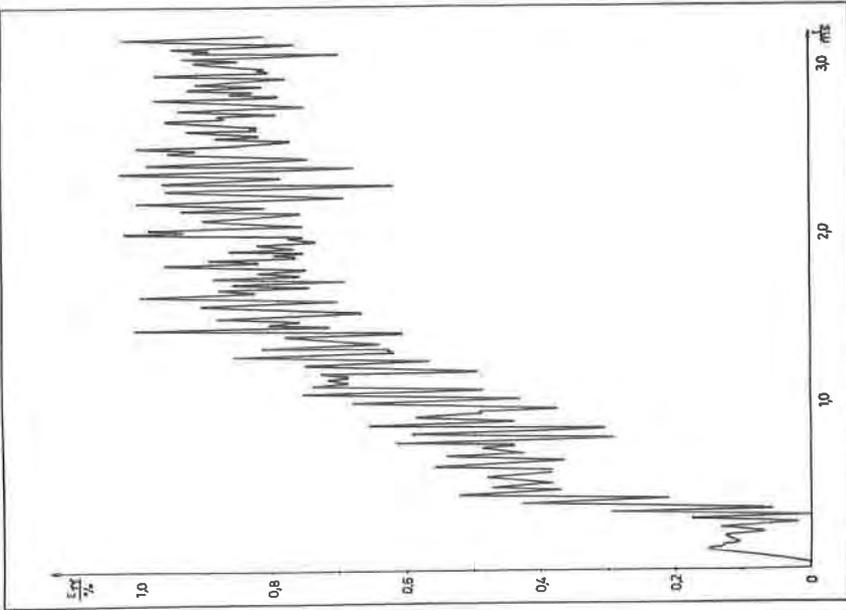


Bild 4: Tangentialdehnung E_{TT} des behälterartigen
Rohres auf der Symmetrieebene des
MOL-7C-Loops.

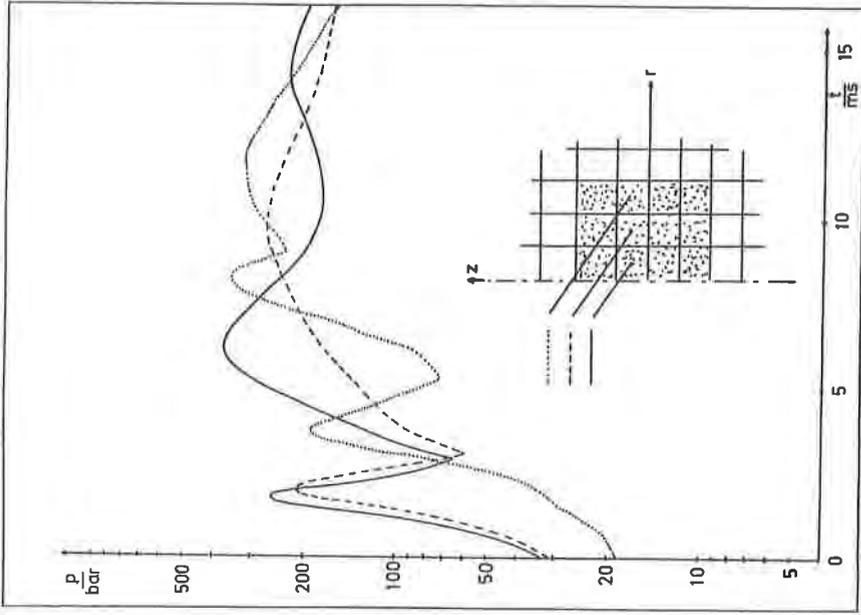


Bild 6: Druckverlauf in der Reaktionszone auf der Coremittelebene des SNR 300.

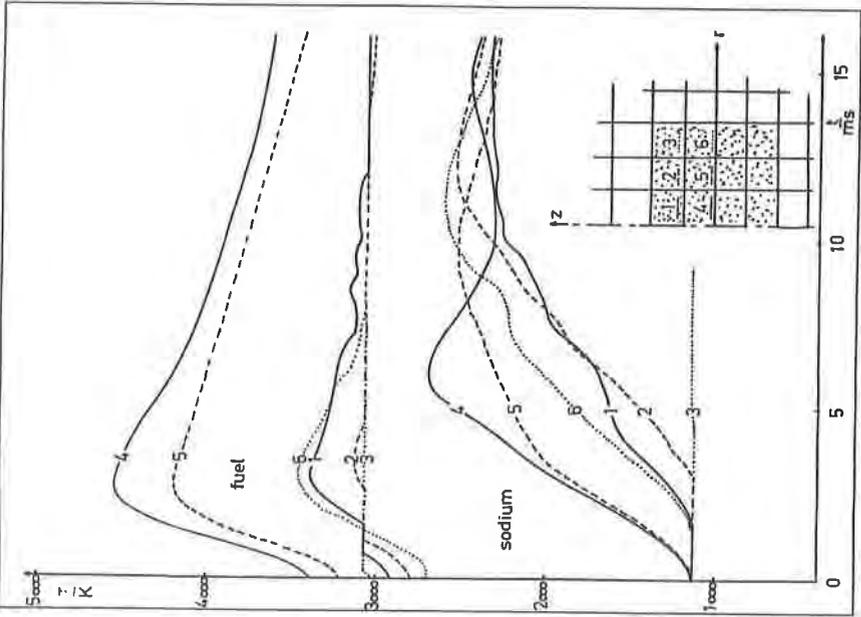


Bild 5: Temperaturen von Brennstoff und Natrium in der Reaktionszone des SNR 300 nach einer 5 g/s-Störkrappe:
 ($\bar{E}_{ex} = 2080 \text{ MJ}$, $R_F = 120 \mu$, $t_{mix} = 10 \text{ ms}$)

